

Név: _____ Neptun: _____

1	2	3	4	5	6	7	Σ

Felsőbb Matematika 1. ZH

2014-10-29

1. Írjuk fel annak a lineáris leképezésnek a mátrixát, mely a teret az $x + y + z = 0$ egyenletű sík mentén az $(1, 1, 0)$ vektor által kifeszített 1-dimenziós térre vetíti! (3 pont)

2. Adjuk meg \mathbf{A} mátrix Jordan-normálalakját és annak 2014-dik hatványát, ahol (3 pont)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

3. Határozzuk meg az $(1, 1, 1, 1)$ vektornak az $(1, -1, 1, 0)$ normálvektorú hipersíkra vonatkozó tükörképét! (3 pont)

4. Melyek primitívek az alábbi mátrixok közül? (3 pont)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}.$$

5. Legyen

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Diagonalizáljuk az \mathbf{A} mátrixot és adjuk meg a spektrálfelbontását! Mennyi $\arcsin \frac{\mathbf{A}}{2}$ értéke? (6 pont)

6. Határozzuk meg a

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

mátrix szinguláris felbontását! (3 pont)

7. Legyen \mathbf{A} egy nemnegatív irreducibilis mátrix, melynek spektrálsugara r . Mutassuk meg, hogy van olyan \mathbf{S} sztochasztikus mátrix (minden oszlopösszege 1), hogy \mathbf{A} hasonló $r\mathbf{S}$ -hez. (Útmutatás: tekintsük a bal Perronvektorból képzett diagonális mátrixot!) (4 pont)