

1. Számítsuk ki az alábbi mátrixok szinguláris érték szerinti felbontásának teljes és redukált alakját, és írjuk fel a hozzá tartozó diadikus felbontást!

$$(a) \begin{bmatrix} -\frac{4}{13} & 6 \\ \frac{11}{13} & -4 \end{bmatrix}, \quad (b) \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (c) \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$(d) \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -2 \\ 4 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Határozzuk meg a fenti mátrixok pszeudoinverzét!

3. Határozzuk meg az (d)-beli mátrix polárfelbontását is!

4. Tudjuk, hogy az  $\mathbf{A} = \mathbf{U} \text{diag}(4, -2, -2, 0) \mathbf{U}^T$  az  $\mathbf{A}$  mátrix sajátfelbontása, ahol

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Írjuk fel  $\mathbf{A}$  szinguláris felbontását!

5. Számítsuk ki az alábbi vektorok megadott normáit!

1.  $\mathbf{x} = (\sqrt{3} - i, 6i, 3)$ ,  $\mathbf{y} = (0.1, -0.2, -0.2)$ ,  $p = 1, 2, \infty$ ;
2.  $(1, 2, 2)$ ,  $(2, 3, 6)$ ,  $(1, 4, 8)$ ,  $(4, 4, 7)$ ,  $p = 2$ ;
3.  $(i, 2, \sqrt{2} - \sqrt{2}i, -4i)$ ,  $p = 1, 2, \infty$ ;
4.  $(3, 4, 5)$ ,  $(11, 12, 13, 14)$ ,  $p = 3$ ;

6. Számítsuk ki az alábbi mátrixok Frobenius-, 1-, 2- és  $\infty$ -normáját!

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$