Felsőbb matematika **4. gyakorlat** **2016. április 1-8.**

1. Számítsuk ki az alábbi mátrixok pszeudoinverzét!

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & -5 \\ -4 & 2 & 10 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -1 \\ 0 & 11 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & -1 & -3 \\ 3 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. Adjunk meg ortonormált bázist az alábbi négydimenziós vektorok által generált altérben!

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 4 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

3. Adjuk meg az alábbi mátrixok QR - felbontását!

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 1 & 4 & -2 \\ 1 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

4. Határozzuk meg az alábbi egyenletrendszer legkisebb abszolútértékű optimális megoldását az együtthatómátrix pszeudoinverzének, illetve QR - felbontásának segítségével!

$$\begin{aligned} 2x - y - 5z &= -7 \\ -4x + 2y + 10z &= 14 \end{aligned}, \qquad \begin{aligned} x - y + 4z &= 11 \\ x + 4y - 2z &= 3 \\ x + 4y + 2z &= 15 \\ x - y &= -1 \end{aligned}.$$

5. Adjuk meg az alábbi mátrixok QR - felbontását Givens - forgatással, illetve Householder - tükrözéssel!

$$\begin{bmatrix} 8 & 3 & -4 \\ 0 & 4 & 2 \\ 15 & 12 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

6. Diagonalizáljuk ortogonálisan az alábbi mátrixokat és írjuk fel a spektrálfelbontásukat!

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 4 & -4 \\ 2 & -4 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

7. Írjuk fel az alábbi mátrixok sajátfelbontását, annak diadikus alakját, illetve a spektrálfelbontásukat!

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$