

# Felsőbb Matematika 1. ZH 2011-10-24

1. Írjuk fel az

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1/3 & 2/3 \\ 2/3 & 1/3 \\ 2/3 & -2/3 \end{bmatrix}$$

mátrix

- (a) redukált szinguláris felbontását és
- (b) QR-felbontását, valamint az
- (c) oszlopterére való merőleges vetítés mátrixát! (4 pont)

2. Határozzuk meg az

$$\begin{aligned} x &= 2 \\ y &= 3 \\ x+y &= 8 \end{aligned}$$

egyenletrendszer legkisebb normájú optimális megoldását három különböző módszerrel:

- (a) az együttthatómátrix pszeudinverzével számolva,
- (b) az együttthatómátrix QR-felbontásával számolva,
- (c) egy megfelelő, egyértelműen megoldható egyenletrendszer felírásával! (2+4+2 pont)

3. Egy  $\mathbf{A}$  mátrix karakterisztikus polinomja  $(\lambda + 1)^6(\lambda - 1)^5$ , az  $\mathbf{A} + \mathbf{I}$  hatványainak rangja 9, 7, 6, 5, az  $\mathbf{A} - \mathbf{I}$  hatványainak rangja rendre 9, 7, 6. Írjuk fel a Jordan-féle normálalakját! (4 pont)

4. Adva van az

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 5 \end{bmatrix}, \text{ és } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} i & 2i & 2i \\ 2i & i & -2i \\ -2i & 2i & -i \end{bmatrix}$$

mátrix. Pozitív definit-e az  $\mathbf{A}$  mátrix, normális-e a  $\mathbf{B}$  mátrix, és mennyi a 2-normája? (4 pont)

5. Legyen  $\mathbf{A}$  nemnegatív, szimmetrikus mátrix. Mutassuk meg, hogy  $\mathbf{A}$  pontosan akkor primitív, ha  $\mathbf{A}^2$  irreducibilis! (5\* pont)