Simonovits András: BME, Matematikai Intézet

AZ INFORMÁCIÓ GAZDASÁGTANA: VÁZLAT

Budapest, Budaörsi út 45, 1112
e-mail: simonov@econ.core.hu
2009. március

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés

Ebben a rövid jegyzetben folytatom a Mikroökonómia jegyzetem gazdasági függelékében elkezdett témákat. Ott megismerkedtünk a bizonytalan körülmények melletti optimalizálás alapjaival, nevezetesen a *Neumann–Morgenstern-féle hasznosságfüggvénnyel* és a biztosítás alapjaival. Itt a 2. pontban foglalkozunk a *portfólió-elemzéssel.* A 3. pontban az ún. *keresési modelleket* tanulmányozzuk, ahol a vevőknek több boltot is fel kell keresniük, hogy megtalálják az első elfogadható árú boltot. A 4. pontban az ún. *jelzéssel* foglalkozunk, ahol egy olyan tevékenység mint az egyetemi oklevél megszerzése, nemcsak tanulási tevékenység, hanem információs jelzés. Az 5. pontban a *kontraszelekciót* elemezzük, ahol bizonyos rossz ösztönzők hatására a biztosító számára kedvezőtlen jellemzőjű egyének a statisztikailag indokoltnál nagyobb mértékben kötnek biztosítást. A 6. pontban az *erkölcsi kockázatot* érintjük, ahol a biztosítás léte megváltoztatja a bizosítottak viselkedését. Végül a 7. pontban levonjuk a jegyzetbôl adódó *tanulságokat.* Rövid *Irodalomjegyzékkel* zárjuk a jegyzetet. Kivételesen e jegyzékben olyan források is szerepelnek, amelyekre a szövegben nem hivatkozunk.

2. Portfólió-elemzés

Ebben a pontban azt vizsgáljuk, hogyan érdemes befektetéseinket megosztani a különféle lehetôségek között.

A tőkeármodell (Capital Asset Pricing Model, CAPM)

Kétidőszakos modellel dolgozunk (Varian, 1992, 368-386. o.): 0 a jelen, 1 a bizonytalan jövő. W a befektető gazdagsága, c a jelen fogyasztás, $W-c$ a befektetés értéke, amelyből az a-adik fajta tőkét vesz X_a mennyiségben p_a áron, $a = 0, \dots, A$. Az a-adik tőke R_a hozama véletlen, azaz állapotfüggő: a π_s valószínűségű s állapotban R_{as}, R_a^* a várható értéke és σ_{ab} a kovariancia-mátrixa. A 0-adik tőke kockázatmentes: $R_{0s} = R_0^*$ minden s-re. Legyen $x_a = X_a p_a / W$ az a-adik tőke részesedése a gazdagságból, akkor a portfólió hozama $x_0 R_0 + \sum_{a=1}^{A} x_a R_a$. Az átlag–szórás modellben adott várható érték (átlaghozam) mellett kell minimalizálni a szórást:

$$\sum_a \sum_b x_a x_b \sigma_{ab} \to \min\,,$$

feltéve, hogy $\sum_a x_a R_a^* = R^*$ és $\sum_a x_a = 1$.

Egyelőre megengedjük a hitelt is, ezért x_a-k tetszőleges valós számok lehetnek. (Hitel nélküli esetben $0 \le x_a \le 1$.) Legyen ϑ és μ a két korláthoz tartozó Lagrange-szorzó. Ekkor az elsőrendű optimumfeltétel

$$2\sum_b x_b \sigma_{ab} - \vartheta R_a^* - \mu = 0, \qquad \text{ha} \qquad a = 0, 1, \dots, A. \tag{2.1}$$

Legyen $\{x_1^e, \dots, x_A^e\}$ a kockázatos befektetések egy hatékony kombinációja! Tegyük föl, hogy ez is egy befektetés, jele e. Tehát a $(0, 1, \dots,)$ befektetés is hatékony, áll rá az elsőrendű feltétel:

$$2\sigma_{ae} - \vartheta R_a^* - \mu = 0, \qquad \text{ha} \qquad a = 0, 1, \dots, A.$$

Ha $a = 0$, akkor $-\vartheta R_0 - \mu = 0$; ha $a = e$, akkor $2\sigma_{ee} - \vartheta R_e^* - \mu = 0$. Rendezve:

$$R_a^* = R_0 + \frac{\sigma_{ae}}{\sigma_{ee}}(R_e^* - R_0), \qquad a = 1, \ldots, A. \tag{2.2}$$

Ezzel eljutottunk a következő tételhez:

2.1. tétel. *Minden befektetés várható hozama a biztos befektetés hozamát egy olyan kamatprémiummal haladja meg, amely két tényezővel arányos: (i) a hatékony e befektetés várható hozamtöbbletével és (ii) az adott befektetés relatív kovarianciájával.*

Mi történik, ha a hatékony befektetésbe bennfoglaljuk a kockázatmentes 0-adik tôkét is? Belátható a

2.2. tétel. *Létezik egy olyan tisztán kockázatos elemeket tartalmazó hatékony befektetetés (jele m), hogy az összes hatékony befektetés az medik és a 0-adik tőke konvex kombinációja. Ekkor $R_e^* = \gamma R_m^* + (1-\gamma)R_0^*$ és $\sigma_e = \gamma\sigma_m$. A különböző befektetők csak γ-ban különböznek egymástól, kockázatos befektetéseik szerkezete azonosan m.*

Megjegyzés. Legyen $i = 1,2,\ldots,I$ a befektetők indexe. Kihasználva, hogy $x_a^m = p_a X_{ia}/W_i$, $i = 1, 2, \ldots, I$, összegzéssel $x_a^m = p_a \sum_i X_{ia} / \sum_i W_i$, azaz a kockázatos befektetések teljes piaci portfóliója. (2.2)-ben e helyett m-et írva adódik

$$R_a^* = R_0 + \frac{\sigma_{am}}{\sigma_{mm}}(R_m^* - R_0), \qquad a = 1, \ldots, A. \tag{2.3}$$

Vegyük figyelembe, hogy a relatív kovariancia az R_a véletlen változónak az R_m véletlen változóra vonatkozó regressziója, tehát az együtható β_a. Azaz

$$R_a^* = R_0 + \beta_a(R_m^* - R_0), \qquad a = 1, \ldots, A. \tag{2.4}$$

Arbitrázs árelmélet (Arbitrage Pricing Theory, APT)

Míg a CAPM a fogyasztói izlésekből, addig az APT a hozamgeneráló folyamat specifikációjából indul ki. Tegyük föl, hogy a legtöbb befektetési ár együtt mozog:

$$R_a = d_{a0} + d_{a1}f_1 + d_{a2}f_2 + \varepsilon_a, \qquad a = 0, 1, \ldots, A, \tag{2.5}$$

ahol f_1 és f_2 a két makrováltozó, amely mindegyik hozamra hat, d_{ai} érzékenységgel. A tőkespecifikus ε_a-k definíció szerint függetlenek f_i-től, és várható értékük nulla. f_1 és f_2 egymástól is független.

Először feltesszük, hogy nincs tőkespecifikus kockázat és csak egy makrotényező van:

$$R_a = d_{a0} + d_{a1}f_1, \qquad a = 0, 1, \ldots, q, A, \tag{2.6}$$

Legyen a portfóliónk $xoa+(1-x)ob$, (ahol o azt jelöli, hogy a szóban forgó befektetés a megfelelő valószínűséggel/súllyal szerepel a portfólióban), ekkor a hozam

$$xR_a + (1-x)R_b = [xd_{a0} + (1-x)d_{b0}] + [xd_{b1} + (1-x)d_{b1}]f_1.$$

Legyen $x^* = d_{b1}/(d_{b1} - d_{a1})$, ekkor a hozam

$$x^* d_{a0} + (1 - x^*) d_{b0} = x d_{a0} + (1 - x) d_{b0},$$

azaz a portfólió kockázatmentes, azaz $xd_{a0} + (1-x)d_{b0} = R_0^*$. Némi számolással adódik, hogy

$$R_a^* = R_0 + d_{a1}\vartheta_1. \tag{2.7}$$

A kéttényezős esetben három tételből álló portfóliót kell keresnünk, és így érhetünk el kockázatmentes portfóliót.

$$R_a^* = R_0 + d_{a1}\vartheta_1 + d_{a2}\vartheta_2. \tag{2.8}$$

Végül a tőkespecifikus kockázat elhanyagolható, ha megfelelően diverzifikált a befektetés. Kimondható a

2.3. tétel. *Bármely tőke hozama két részből áll: (i) a kockázatmentes hozamból és (ii) a kockázati prémiumból, amely arányos a d_{a1} és a d_{a2} érzékenységi tényezővel.*

3. Keresési modellek

Stigler (1961) keresési modellje volt az első, amely információs döntéseket elemzett. Tegyük föl, hogy egy adott termék y ára a különböző boltokban egy adott és ismert $F(x)$ valószínűségeloszlást követve, egymástól függetlenül alakul. A vevő a lehető legolcsóbban akar vásárolni egységnyi terméket, ezért egymás után felkeres n boltot, s végül a legolcsóbb boltban vásárol. Egy bolt felkeresésének a költsége c, az így adódó minimális ár várható értéke m_n, az n-edik bolt felkeresésébôl származó nyereség $g_n = m_n - m_{n-1}$.

3.1. tétel. *(Stiegler, 1961). Optimális keresésnél addig keresünk, amíg a várható többletköltség meg nem haladja a várható többletnyereséget: $g_n \geq c > g_{n+1}$.*

3.1. példa. a) Mivel a keresés költsége közelítőleg független a termék hasznosságától, drága termék (autó) vásárlása esetén több boltot érdemes fölkeresni, mint olcsó terméknél (kenyér). b) Mivel gazdag embernek drágább az ideje, adott termék vásárlásánál kevesebb boltot érdemes felkeresnie, mint egy szegény embernek.

Kritika. Érdemes a lépésszámot a keresés véletlen eredményétől függővé tenni, szekvenciális döntést alkalmazni:

3.2. tétel. *(McCall, 1965). Legyen az eddigi minimális ár s, és a következő bolt felkereséséből várható feltételes nyereség $g(s)$. Optimális esetben a vevő tovább keres, ha $g(s) \geq c$; és megáll, ha $g(s) < c$.*

3.2. példa. Szálláskeresésnél érdemes tudni, hogy kb. mekkora az elérhető ár (y^*). Minden szállásnál, ahol $y \leq y^*$, megállunk; ha $y > y^*$, tovább keresünk.

Kritika (Rotschild, 1973). 1. Ha az eloszlás nem ismert, vagy nem pontosan ismert, akkor a szekvenciális döntés nagyobb kárt okozhat, mint hasznot. (Pl. ha az árinformációnkat az infláció használhatatlanná teszi, akkor a szekvenciális döntés miatt az éjszakát a szabad ég alatt tölthetjük.)

2. Ha minden fogyasztónak azonos volna a keresési költsége, akkor mindenki azonos (n) számú boltot keresne föl, és a vásárolt árak eloszlása a sokkal szűkebb (m_{n+1}, m_n) sávba esne, tehát módosulna a kiinduló F áreloszlás, a modell önmagával ellentmondásba kerülne. Varian (1984, 299-304. o.) röviden ismertet egy olyan keresési modellt, ahol a keresési költségek különböznek, és nincs ellentmondás.

3.3. példa. A szállodaár egy olyan véletlen változó, amely $p = 0{,}3$ valószínűséggel $a = 2000$ Ft és $1-p = 0{,}7$ valószínűséggel $b = 3000$ Ft. Az egyes szállodaárak egymástól függetlenek. Egy szálloda felkeresésének forintosított költsége $c = 100$ Ft. a) Hány szállodát érdemes felkeresni, ha előre eldöntjük a felkeresett szállodák számát? b) Mit csináljunk, ha az első szállodában 2000 Ft a szállás? c) Mit csináljunk, ha az első szállodában 3000 Ft a szállás?

Megoldás. a) Annak valószínűsége, hogy az első n lépésben csupa drága szállodába tévedünk be, $(1-p)^n$. Ezért $m_n = [1-(1-p)^n]a + (1-p)^n b = a + (1-p)^n(b-a)$, $g_n = p(1-p)^{n-1}(b-a)$. Behelyettesítve a 3.1. tétel optimumfeltételébe:

$$p(1-p)^n(b-a) \le c < p(1-p)^{n-1}(b-a),$$

azaz

$$(1-p)^n \le \frac{c}{p(b-a)} < (1-p)^{n-1}.$$

Numerikusan: $(0{,}7)^n \le 0{,}33 < (0{,}7)^{n-1}$. $n = 2$-re $(0{,}7)^2 = 0{,}49$; $n = 3$-ra $(0{,}7)^3 = 0{,}343$ és $n = 4$-re $(0{,}7)^4 = 0{,}2401$, tehát $n^{\circ} = 4$. b) Ha az első szállodában 2000 Ft a szállás, akkor megállhatunk. c) Ha az elsô négy szállodában 3000 Ft az szállás, akkor érdemes még egy szállást fölkeresni, mert „ami elmúlt, az elmúlt"! Ebben az elfajult esetben egészen addig keresünk, ameddig nem találunk 2000 Ft-os szállást.

4. Jelzés

Arrow (1973) és Spence (1973) az ún. jelzési modellek úttörői, ahol egy olyan tevékenység mint az egyetemi oklevél megszerzése, nemcsak tanulási tevékenység, hanem információs jelzés. Vegyük a következő szélsőséges modellt!

A népességen belül kétféle ember létezik, mégpedig azonos arányban: (i) a tehetségtelen, akinek a munkába állás utáni termelékenysége 1 egység; ill. (ii) a tehetséges, akinek a munkába állás utáni termelékenysége 2 egység lesz, függetlenül attól, hogy járt-e egyetemre vagy sem. Mindenki tudja magáról, hogy tehetséges-e vagy sem, de az alkalmazó semmit sem tud a alkalmazottakról (aszimmetrikus információ).

Tegyük föl, hogy mindenki elvégezheti az egyetemet, s a diplomásak 2, a diploma nélküliek 1 egység bért kapnak. Az egyetemi vizsgák letétele vizsgánként a tehetségtelen diáktól b, a tehetségestől $c < b$ ráfordítást követel. Ha e a vizsgák száma, akkor be, ill. ce a vizsgaráfordítás. Föltesszük, hogy mind a foglalkoztatás, mind a ráfordítás egész életre vonatkozik. Ekkor a vizsgarendszer szűrőként, rostaként működik, ha a tehetségeseknek érdemes elvégezniük az egyetemet, a tehetségteleneknek pedig nem: $1 - be < 0 < 1 - ce$, azaz $1/b < e < 1/c$.

4.1. tétel. *a) Ha nincs egyetemi oktatás, akkor minden alkalmazott egységesen 1,5 bért kap. Ez nem hatékony, mert a tehetségtelen többet, a tehetséges pedig kevesebbet kap, mint amennyi járna neki. b) Ha van oktatás, és a szűrő működik, akkor mindenki a határtermelékenységének megfelelő bért kapja. Ez azonban nem Pareto-optimális, mert az oktatás mennyiségének (e) csökkentésével a szűrés megmarad, s mindenki jóléte nô.*

5. Kontraszelekció

Kontraszelekcióról beszélünk, amikor „a rossz kiszorítja a jót".

Használtautó-piac

Akerlof (1970) modellje volt az első, amely az aszimmetrikus információ segítségével leírta a kontraszelekciót. A használt autók piacán vagyunk, amelyen az eladók tudják, a vevők nem tudják, hogy milyen minőségű autót akarnak eladni, ill. venni. A vevők viszont fogyasztói jelentésekből ismerik a kinált autók átlagminőségét, q-t. Legyen a vevők keresleti függvénye $D(p,q)$, ahol D csökkenő függvénye az árnak, és növekvő függvénye az átlagminőségnek. Legyen $S(p)$ a kínálati függvény, amely az árfüggő $q(p)$ átlagminőséggel együtt növekvő függvénye az árnak.

Behelyettesítve $q(p)$-t $D(p,q)$-ba, adódik a hagyományos egyváltozós $D(p,q(p))$ keresleti függvény. Megfelelő simasági feltételek mellett a keresleti függvény p szerint differenciálható:

$$\frac{dD}{dp} = \frac{\partial D}{\partial p} + \frac{\partial D}{\partial q}\frac{dq}{dp}.$$

Figyelembe véve a monotonitási feltételeket, az elsô tag negatív, a második tag viszont pozitív (hisz mindkét tényezője pozitív), azaz a keresleti függvény lehet növekvő is és csökkenő is, sőt, szakaszonként változhat.

5.1. tétel. *Előfordulhat, hogy az aszimmetrikus informáltságból következő kontraszelekció miatt a használtautó-piacon nem létezik egyensúly.*

5.1. példa. $D(p,q) = dp^{-\alpha}q^{\beta}$, $S(p) = sp^{\gamma}$ és $q(p) = rp^{\delta}$, ahol α, β, γ és δ pozitív skalárok. Behelyettesítve: $D(p,q(p)) = dr^{-\beta\delta}p^{\beta\delta-\alpha}$. Ha $\beta\delta > \alpha$, akkor a kereslet nő az árral. Ez azonban még nem elegendő, hogy ne legyen egyensúly! Tegyük föl, hogy a keresleti és a kínálati függvény a $p \geq 1$ intervallumon van értelmezve, és teljesül $\beta\delta - \alpha > \gamma$, $dr^{-\beta\delta} > s$ feltételpár. Ekkor $D(p) > S(p)$ teljesül a $p \geq 1$ intervallumon, tehát nincs egyensúly.

Gyakorlati megoldás. Az információs aszimmetria megtörése: autópiacon minőségi bizonyítvány vagy garancia.

Más példák

A matematikai modelleknek az az egyik legfontosabb hasznuk, hogy egy adott témakörre kidolgozott elemzés – tartalomtól függetlenül –, könnyen átvihető bármely olyan témakörre, amely logikailag-matematikailag azonos az eredetivel.

Gyakorlati példák 1. Gresham-törvény (16. sz.) A rossz pénz kiszorítja a jó pénzt.

2. Választható egészségbiztosítás esetén a várható költségeket fedező díjat az egészségesek nem érdemes kifizetnie, ezért nem biztosítják magukat. Ekkor növelni kell a biztosítási díjat, s ilyenkor már a közepesen egészségesek sem biztosítják magukat, stb. (Arrow, 1963). A fogyasztói szuverenitás szempontjából meglepő módon a társadalom szempontjából jobb a kötelező, mint a választható biztosítás!

Hiteladagolás

Frappánssága miatt külön ismertetjük a *hiteladagolás modell*jét (Weiss–Stiglitz, 1981). Jelölések: kamattényező $= r$, a beruházó véletlen jövedelme $= I$, a hitel nagysága $= B$. Ha a vállalkozó bevétele nagyobb, mint a hitel és a kamat összege, akkor a vállalkozó visszafizeti a kölcsönt és nyereséggel végez. Ha azonban a vállalkozó bevétele kisebb, mint a hitel és a kamat összege, akkor a vállalkozó csődbejut, s a bank csak a kölcsön egy részét kapja vissza. Azaz a vállalkozó nyeresége $\pi = [I - rB]_+$, ahol x_+ az x valós szám pozitív része.

Tegyük föl, hogy két típusú vállalkozás van, azonos I^o várható profittal: a kockázatnélküli és a kockázatos. A kockázatnélküli vállalkozás bevétele determinisztikus $I = I^o$, a kockázatosé sztochasztikus: $I = I^o \pm J$, 1/2–1/2 valószínűséggel. Ha $I^o - rB < 0 < I^o + J - rB$, azaz, ha

$$\frac{I^o}{B} < r < \frac{I^o + J}{B}$$

akkor a kockázatnélküli vállalkozás be sem indul, de a kockázatos igen, mert 1/2 valószínűséggel nyereséget hoz.

Megoldások. 1. A banknak érdemes olyan kicsi kamattényezőt, I^o/B-t felszámítani, amely mindkét vállalkozást nyereségessé teszi, s beható vizsgálattal kiszűrni a kockázatos vállalkozást.

2. Fedezetet kell kérni a vállalkozótól, hogy számára se legyen közömbös a bukás.

6. Erkölcsi kockázat

Az aszimmetrikus információ másik következménye az erkölcsi kockázat, amikor az egyik fél befolyásolni képes a szerződés szempontjából releváns esemény bekövetkezési valószínűségét. Érdekes példa az ösztönzés. Ez nemcsak az egyik legfontosabb, de az egyik legrégibb gazdasági probléma.

Földesúr és jobbágy szerződése

Már ezer évvel ezelôtt is fölvetődött a kérdés: hogyan veheti rá a földesúr a jobbágyát, hogy felügyelet nélkül is jól dolgozzék. Ugyanez a kérdés fölvetődött a tőkés és a szocialista mezőgazdaságban, de számtalan más területen is. A szemléletesség kedvéért a földesúr–jobbágy kapcsolatot modellezzük, de a jelölésben az angol principal (megbízó) és agent (ügynök) szóra utaló P és A rövidítést használjuk. Kiemeljük, hogyha az időjárás nem befolyásolná olyan erősen a hozamot, akkor a hozam megbízhatóan jelezné a jobbágy erôfeszítését. De az idôjárás szeszélyessége lehetetlenné teszi az erőfeszítés pontos felderítését. Legyen x a jobbágy erőfeszítése, $y(x)$ a termés mennyisége, amelyből w mennyiség illeti a jobbágyot. Ha a földesúr kockázatsemleges, akkor a hasznosságfüggvénye $u^{\mathrm{P}} = y(x) - w$.

Az egyszerľség kedvéért föltesszük, hogy csak két állapot van: y_1 és y_2, ahol $y_1 < y_2$. Minél jobban dolgozik a jobbágy, annál nagyobb a jó termés (y_2) valószínűsége: $p(x)$ növekvô függvény, amelyet mindkét fél pontosan ismer. A jobbágy hasznosságfüggvénye nő a bérrel és csökken az erőfeszítéssel: $u^{\mathrm{A}}(w,x)$; $u^{\mathrm{A}}_w > 0$ és $u^{\mathrm{A}}_x < 0$.

Fölírjuk a két fél várható hasznosságfüggvényét:

$$U^{\mathrm{P}} = [1 - p(x)](y_1 - w_1) + p(x)(y_2 - w_2),$$

$$U^{\mathrm{A}} = [1 - p(x)]u^{\mathrm{A}}(w_1,x) + p(x)u^{\mathrm{A}}(w_2,x).$$

Adott (w_1,w_2) szerződésrendszernél a jobbágy maximalizálja U^{A}-t: $x^*(w)$ a jobbágy optimális döntésfüggvénye. Hatékony szerződésrôl beszélünk, ha adott U^{A} mellett U^{P} maximális. Mielôtt az általános esetet tanulmányoznánk, két speciális esetet vizsgálunk: a) a jobbágy hasznosságfüggvénye független az erôkifejtéstôl, b) a jobbágy is kockázatsemleges. a) $u^{\mathrm{A}}(w,x) = V(w)$. Ekkor a hagyományos biztosítási irodalomból következik a

6.1. tétel. *Ha a kockázatkerülô jobbágy hasznosságfüggvénye független az erôkifejtéstôl, akkor a hatékony szerződésnél a jobbágy rögzített bért kér: $w_1 = w_2$. b) A tükörhelyzet adódik, ha $u^{\mathrm{A}}(w,x) = w - k(x)$, ahol $k(x)$ a jobbágy pénzbeni munkaáldozati függvény.*

6.2. tétel. *Ha mindkét fél kockázatsemleges, akkor van olyan szerződés, amely hatékony, nevezetesen amikor a földesúr rögzített t járadékot kap: $w_i = y_i - t$, $i = 1, 2$.*

Megjegyzés. Ekkor a jó termésnél adódó többlettermés egésze a jobbágyé: $w_2 - w_1 = y_2 - y_1$.

Bizonyítás. Helyettesítsük be az $u^{\mathrm{A}}(w,k) = w - k(x)$ összefüggést U^{A}-ba:

$$U^{\mathrm{A}} = [1 - p(x)][w_1 - k(x)] + p(x)[w_2 - k(x)] = [1 - p(x)]w_1 + p(x)w_2 - k(x).$$

Behelyettesítve U^{A}-t U^{P}-be: $U^{\mathrm{P}} = [1 - p(x)]y_1 + p(x)y_2 - k(x) - U^{\mathrm{A}}$. Adott U^{A} mellett U^{P} pontosan maximális, ha $\mathbf{E}y - k(x)$ maximális. Ez viszont elérhetô, ha $w_i = y_i$-t, $i = 1, 2$; hiszen ekkor

$$U^{\mathrm{A}} = [1 - p(x)]w_1 + p(x)w_2 - k(x) = [1 - p(x)]y_1 + p(x)y_2 - t - k(x).$$

∎

c) Általános eset: Mi történik, ha a jobbágy kockázatkerülő és hasznosságfüggvénye függ a munkaráfordítástól?

6.3. tétel. *Ha a jobbágy kockázatkerülő, akkor bármely hatékony szerződés bizonyos kockázatot a jobbágyra hárít, és a többlettermésnek csak egy része a jobbágyé:* $0 < w_2 - w_1 < y_2 - y_1$.

Bizonyítás helyett. Ellentétben a 6.1. tétellel, most nem célszerű rögzített bérért alkalmazni a jobbágyot, hiszen ekkor a jobbágyot semmi sem ösztönözné a szorgos munkára. Ellentétben a 6.2. tétellel, most nem célszerű rögzített járadékot kérni, hiszen ekkor a teljes kockázatot a kockázatkerülő jobbágy viselné. ∎

Erkölcsi kockázat a biztosításnál

Miután a megbízott–ügyvivő modellben megismerkedtünk az erkölcsi kockázattal, visszatérhetünk a biztosítás modellezéséhez. Jól ismert, hogy egyes biztosítottaknak a kármegelőzéssel kapcsolatos viselkedését megváltoztatja a biztosítás ténye: „Mivel CASCO-m van, nem vigyázok nagyon a kocsimra." Rotschild és Stiglitz (1976) nyomán föltesszük, hogy két típusú ügyfél van: a kis kockázatú (L = low) és a nagy kockázatú (H = high). A két típus hasznosságfüggvénye azonos, de baleseti valószínűsége különbözô: $0 < p_{\mathrm{L}} < p_{\mathrm{H}} < 1$. A biztosított ismeri saját típusát, a biztosító nem.

Az ideális megoldás az, ha sikerül olyan biztosítási politikákat ajánlani, amelyeknél a két típus kettéválik: L választja a $(b_{\mathrm{L}},k_{\mathrm{L}})$-párt, míg H választja a $(b_{\mathrm{H}},k_{\mathrm{H}})$-párt. Ehhez az kell, hogy L-nek jobb legyen az L-biztosítás, mint az eredeti helyzet és mint a H-biztosítás, s hasonlóan H-nak jobb legyen a H-biztosítás, mint az eredeti helyzet és mint az L-biztosítás.

6.4. tétel. *Ha van egyensúlyi megoldás, akkor a H-típus teljes biztosítást kap, de az L-típus általában csak részleges biztosítást kap.*

Megjegyzések. 1. Előfordulhat, hogy mindkét típus ugyanazt a szerződést kapja (ömlesztés).

2. Ha a H-típus bevallaná típusát, akkor az L-típus is kaphatna teljes biztosítást, azaz anélkül javulna L helyzete, hogy H-é romlana (az információs aszimmetria Pareto inefficienciát okoz).

Bizonyítás. Tegyük föl, hogy olyan biztosítóval van dolgunk, amely ingyen és haszon nélkül dolgozik! Belátható, hogy csak a gondatlan (H) ügyfél kaphat teljes biztosítást és a gondos (L) ügyfél csak akkor fizethet relatíve olcsóbb biztosítást, ha hajlandó a kockázat egy részét önrészesedéssel fedezni. Képletben: legyen rendre p_{L} és k_{L}, illetve p_{H} és k_{H} az L, illetve a H kárvalószínűsége és kártérítése, azaz az önrészesedés $c - k_{\mathrm{L}}$ és $c - k_{\mathrm{H}}$. A nulla-költség feltevése miatt rendre $b_{\mathrm{L}} = p_{\mathrm{L}}k_{\mathrm{L}}$ és $b_{\mathrm{H}} = p_{\mathrm{H}}k_{\mathrm{H}}$ a két biztosítási díj. L nem hazudik, ha nem érdeke:

$$p_{\mathrm{L}}U(w - c + q_{\mathrm{L}}k_{\mathrm{L}}) + q_{\mathrm{L}}U(w - p_{\mathrm{L}}k_{\mathrm{L}}) \geq p_{\mathrm{L}}U(w - c + q_{\mathrm{H}}k_{\mathrm{H}}) + q_{\mathrm{L}}U(w - p_{\mathrm{H}}k_{\mathrm{H}}).$$

H nem hazudik, ha nem érdeke:

$$p_{\mathrm{H}}U(w - c + q_{\mathrm{H}}k_{\mathrm{H}}) + q_{\mathrm{H}}U(w - p_{\mathrm{H}}k_{\mathrm{H}}) \geq p_{\mathrm{H}}U(w - c + q_{\mathrm{L}}k_{\mathrm{L}}) + q_{\mathrm{H}}U(w - p_{\mathrm{L}}k_{\mathrm{L}}).$$

Nyilvánvaló, hogy egyensúlyi esetben L kisebb kártérítést kap, mint H: $k_{\mathrm{L}} < k_{\mathrm{H}}$, ellenkező esetben H azt hazudna magáról, hogy ő L. Belátjuk, hogy $k_{\mathrm{H}} = c$ mellett van

k_{L} megoldás. Behelyettesítve a két egyenlőtlenségbe, a teljes kártérítés miatt a H-ra vonatkozó feltételes hasznosságok azonossá válnak, értékük $U(w - p_{\mathrm{H}}c)$. Azaz

$$p_{\mathrm{L}}U(w - c + q_{\mathrm{L}}k_{\mathrm{L}}) + q_{\mathrm{L}}U(w - p_{\mathrm{L}}k_{\mathrm{L}}) \geq U(w - p_{\mathrm{H}}c), \tag{6.1}$$

$$U(w - p_{\mathrm{H}}c) \geq p_{\mathrm{H}}U(w - c + q_{\mathrm{L}}k_{\mathrm{L}}) + q_{\mathrm{H}}U(w - p_{\mathrm{L}}k_{\mathrm{L}}) \tag{6.2}$$

(6.1) bal oldala növekvő függvénye k_{L}-nek a $[0, c]$ intervallumban: 0-nál $p_{\mathrm{L}}U(w - c) + q_{\mathrm{L}}U(w)$ és c-nél $U(w - p_{\mathrm{L}}c)$, ez utóbbi $p_{\mathrm{L}} < p_{\mathrm{H}}$ miatt nagyobb, mint a jobb oldal. Ha $p_{\mathrm{L}}U(w-c)+q_{\mathrm{L}}U(w) > U(w-p_{\mathrm{H}}c)$, akkor (6.1) minden megengedett k_{L}-re fennáll. Ha $p_{\mathrm{L}}U(w - c) + q_{\mathrm{L}}U(w) \leq U(w - p_{\mathrm{H}}c)$, akkor van egy k_{L1} gyök: (6.1) $k_{\mathrm{L}} > k_{\mathrm{L1}}$-re fennáll. (6.2) jobb oldala növekvő függvénye k_{L}-nek a $[0, c]$ intervallumban: $k_{\mathrm{L}} = 0$-nál $p_{\mathrm{H}}U(w - c) + q_{\mathrm{H}}U(w) < p_{\mathrm{L}}U(w - c) + q_{\mathrm{L}}U(w)$ és c-nél $U(w - p_{\mathrm{L}}k)$, ez viszont kisebb, mint (6.1) bal oldala. Ezért van egy k_{L2} gyök: (6.2) $k_{\mathrm{L}} < k_{\mathrm{L2}}$ -re fennáll. Mivel (6.1) bal oldala végig nagyobb, mint (6.2) jobb oldala, $k_{\mathrm{L1}} < k_{\mathrm{L2}}$, azaz (6.1) és (6.2) egyszerre teljesül a $k_{\mathrm{L1}} < k_{\mathrm{L}} < k_{\mathrm{L2}}$ intervallumban. ∎

6.1. példa. Numerikus szemléltetés. $p_{\mathrm{L}} = 0{,}03$ és $p_{\mathrm{H}} = 0{,}05$ esetén $k_{\mathrm{L}} = 0{,}27$ mFt $= 270$ eFt L kártérítésének maximális értéke, amelyért $b_{\mathrm{L}} = 0{,}0081$ mFt$=8{,}1$ eFt-ot kell fizetnie. A H-fogyasztók léte kárt okoz az L fogyasztóknak, anélkül, hogy az előbbieknek hasznuk lenne belőle!

7. Tanulságok

A jegyzet végére érve néhány pontban összefoglalom a legfontosabb tanulságokat. Jó lenne, ha a minden olvasó sokáig emlékezne legalább e tanulságokra.

1. *Bár drága a biztosítás, de egy „kisembernek” még mindig „olcsóbb”, mint ha nem lenne biztosítva.* Példák: a) Bár az autólopás várható kára csak 60 eFt, egy kispénzű egyénnek érdemes lehet 80 eFt-ot is kifizetni a biztosításra, ha ezzel megőrzi az 2 mFt-os autóját. b) Egy lottószelvény várható nyeresége kb 1/3-ada a szelvény árának, mégis érdemes lottózni. A heti 200 Ft-os biztos költség elhanyagolható, míg a pirinyó valószínűségű (1/[44 millió]) öttalálatos nyeresége óriási! Ellenpéldák: a) Egy nagyon gazdag embernek vagy autókölcsönző hálózatnak csupán felesleges pénzkidobás a biztosítás (olcsóbb az önbiztosítás). b) Ha valaki nagyon szegény és sok lottószelvénnyel játszik, akkor irracionálisan viselkedik.

2. *A biztosító azért kínálhat elfogadható biztosítást, mert sok, egymástól független, és egyenként elhanyagolható nagyságú kockázatot oszt meg.* Példa: $n = 10$ ezer db autó esetén az egy autóra jutó biztosítási kockázat $1\sqrt{n} = 1/100$-ad része az egyéni kockázatnak. Ellenpélda: A kaliforniai földrengés egyéni kárai nem független események, ezért a biztosítónal nehéz lehetett megosztani a kockázatokat.

3. *Ne tegyél minden tojást egy kosárba!* Példa: Befektetésnél (értékpapír, valuta, ház, ékszer, stb) ne csak a hozam várható értékét nézd, hanem a szórását is! (Speciális eset: 1. tanulság).

4. *Csak addig keresd az olcsóbb árut, ameddig érdemes!* Példa: Tegyük föl, hogy sok pénzt takaríthatsz meg egy olcsó szálloda felkutatásával, és egy újabb szálloda meglátogatása viszonylag kevésbe kerül. Csak akkor szánd rá magad egy újabb szálloda kipróbálására, ha az ebből fakadó várható határnyereség nagyobb, mint a határköltség! Következmény: Minél olcsóbb dolgot veszel és minél drágább az idôd, annál kevesebb idôt fordíts a keresésre!

5. *Ha két cserepartner közül az egyik többet tud, mint a másik (aszimmetrikus információ), akkor az egyéni és a társadalmi hatékonyság szembekerülhet egymással.* Példa: Tegyük föl, hogy egy vállalkozó a rossz és a jó dolgozót előzetesen nem tudja megkülönböztetni egymástól. A jobb dolgozó csak azért kénytelen haszontalan egyetemi vizsgákra pazarolni ideje egy részét, hogy jelezhesse munkáltatójának saját képességét, s így elnyerje jutalmát.

6. *Aszimmetrikus információból fakadó kontraszelekció veszélye esetén a közösségnek jobb lehet a kötelező biztosítás, mint az önkéntes.* Példa: Választható egészségügyi biztosítás esetén az átlagos költségekkel számoló díjtételeket az egészségeseknek nem érdemes kifizetniük, ezért nem biztosítják magukat. Ezért a díjtételek emelkednek,..., végül senki sem biztosítja magát.

7. *Ha a megbízó nem tudja megfigyelni az ügyvivő cselekedetét, és kettôjük közt nincs érdekközösség (erkölcsi kockázat esete), akkor a hatékonyság és a kockázatmegosztás szembekerülhet egymással.* Példák: a) A jobbágy akkor dolgozna teljes erejéből, ha a terméshozam teljes kockázatát ő viselné! b) A biztosított akkor vezetne a legóvatosabban, ha nem is lenne biztosítva („maximális önrészesedés"). Következmény: a) szorgalmas és lusta jobbágy esetén a szorgalmas jobbágy azzal igazolhatja jóságát, hogy nagy kockázatot vállal; b) jó és rossz autóvezetô esetén a jó vezetô azzal igazolhatja jóságát, hogy nagy önrészesedést vállal.

IRODALOM

ACKERLOF, G. (1970) „The Market for Lemons: Qualitative Uncertainty and the Market Mechanism", *Quarterly Journal of Economics 84* 488–500.

ARROW K. J. (1963) „Uncertainty and the Welfare Economics of Medical Care", *American Economic Review 53* 941–969.

ARROW, K. J. (1973) „Az egyetemi oktatás rostáló szerepe", *Arrow: Egyensúly és döntés. Válogatott tanulmányok*, Bp, KJK, 1979, 213–232.

HIRSCHLEIFER, J. - RILEY, J. G. (1992)* *The Analytics of Uncertainty and Information*, Cambridge, University Press.

KREPS, D. M. (1989) *A Course in Microeconomic Theory*, Princeton, University Press.

MCCALL, J. J. (1965) „The Economics of Information and Optimal Stopping Rules", *Journal of Business 38* 300–314.

ROTSCHILD, M. (1973) „Models of Market Organizations with Imperfect Information: A Survey", *Journal of Political Economy 81* 1283–1308.

ROTSCHILD, M.–STIGLITZ, J. (1976) „Equilibrium in Competitive Markets: An Essay on the Economics of Imperfect Information", Quarterly Journal of Economics 80 629–649.

STIGLER, G. (1961) „Az információszerzés közgazdaságtana”, *Stigler: Piac és állami szabályozás*, Bp, KJK 232–253, 1989.

STIGLITZ, J.–WEISS, A. (1981) „Credit Rationing in Markets with Asymmetric Information”, *American Economic Review 71* 397–410.

SPENCE, A. M. (1973) „Job market signalling”, *Quarterly Journal of Economics 77* 355–374.

TIROLE, J. (1989) *The Theory of Industrial Organization*, Cambridge, MA, MIT Press.

TOBIN, J. (1958) „A likviditási preferencia mint a kockázattal szembeni magatartás”, magyarul: *Tobin: a pénz és a gazdasági növekedés*, Bp. KJK 1988, 41–73.

VARIAN, H. (1988) *Microeconomic Analysis*, New York, Norton, 2. kiadás.

VARIAN, H. (1992) *Microeconomic Analysis*, New York, Norton, 3. kiadás.

VARIAN, H. (1991) *Mikroökonómia középfokon*, Bp, KJK.

VINCZE, J. (1991) „Fejezetek az információ közgazdaságtanából: I. A morális kockázat, II. A kontraszelekció, III. Morális kockázat és kontraszelekció az időben”, *Közgazdasági Szemle 37* 134–152, 289–306 és 435–445.