12. ELŐADÁS: DIFFERENCIÁLHÁNYADOS, DERIVÁLÁSI SZABÁLYOK

MOTIVÁCIÓ

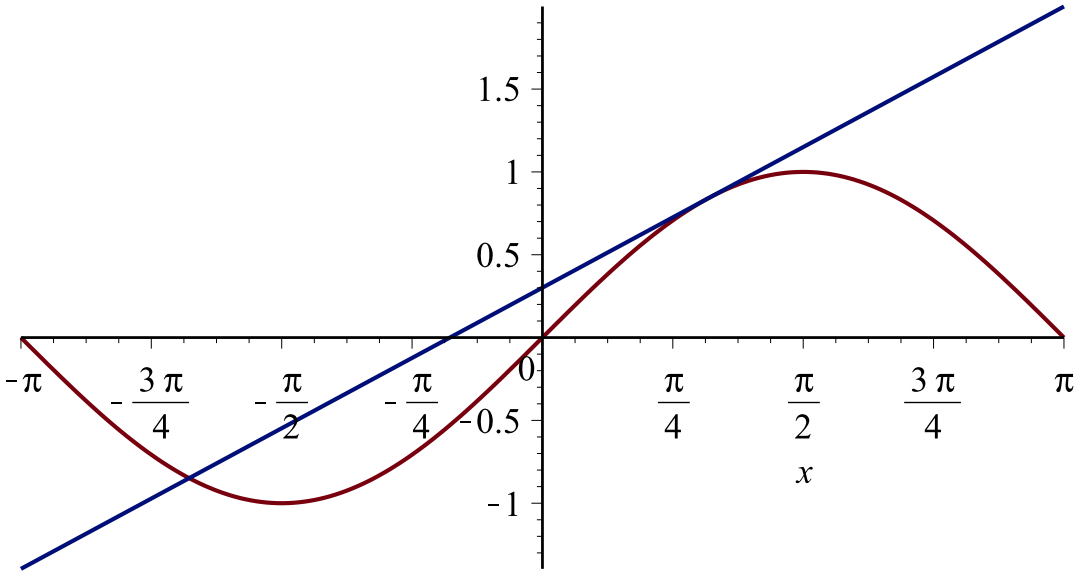


FIGURE: Az $x \mapsto \sin(x)$ függvény grafikonja és $x_0 = 1$ pontbeli érintője

DIFFERENCIAHÁNYADOS

Legyen $f : D \to \mathbb{R}$ egy valós függvény, mely értelmezve van x_0 egy környezetében. Ekkor az f függvény x_0-beli differenciahányados vagy különbségi hányados függvénye a $D \setminus \{x_0\}$ halmazon értelmezett,

$$x \mapsto \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

hozzárendelési szabállyal adott függvény.

PÉLDA

Egy egyenes mentén mozgó pont helyét az idő függvényében az $s = s(t)$ függvény adja meg. Ekkor a $[t_0, t]$ időintervallumhoz tartozó átlagsebessége

$$\frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

DIFFERENCIAHÁNYADOS

Legyen $f : D \to \mathbb{R}$ egy valós függvény, mely értelmezve van x_0 egy környezetében. Ekkor az f függvény x_0-beli differenciahányados vagy különbségi hányados függvénye a $D \setminus \{x_0\}$ halmazon értelmezett,

$$x \mapsto \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

hozzárendelési szabállyal adott függvény.

PÉLDA

Egy egyenes mentén mozgó pont helyét az idő függvényében az $s = s(t)$ függvény adja meg. Ekkor a $[t_0, t]$ időintervallumhoz tartozó átlagsebessége

$$\frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

DIFFERENCIAHÁNYADOS

Legyen $f : D \to \mathbb{R}$ egy valós függvény, mely értelmezve van x_0 egy környezetében. Ekkor az f függvény x_0-beli differenciahányados vagy különbségi hányados függvénye a $D \setminus \{x_0\}$ halmazon értelmezett,

$$x \mapsto \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

hozzárendelési szabállyal adott függvény.

PÉLDA

Egy egyenes mentén mozgó pont helyét az idő függvényében az $s = s(t)$ függvény adja meg. Ekkor a $[t_0, t]$ időintervallumhoz tartozó átlagsebessége

$$\frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

DIFFERENCIAHÁNYADOS

Legyen $f : D \to \mathbb{R}$ egy valós függvény, mely értelmezve van x_0 egy környezetében. Ekkor az f függvény x_0-beli differenciahányados vagy különbségi hányados függvénye a $D \setminus \{x_0\}$ halmazon értelmezett,

$$x \mapsto \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

hozzárendelési szabállyal adott függvény.

PÉLDA

Egy egyenes mentén mozgó pont helyét az idő függvényében az $s = s(t)$ függvény adja meg. Ekkor a $[t_0, t]$ időintervallumhoz tartozó átlagsebessége

$$\frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

DIFFERENCIAHÁNYADOS

Legyen $f : D \to \mathbb{R}$ egy valós függvény, mely értelmezve van x_0 egy környezetében. Ekkor az f függvény x_0-beli differenciahányados vagy különbségi hányados függvénye a $D \setminus \{x_0\}$ halmazon értelmezett,

$$x \mapsto \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

hozzárendelési szabállyal adott függvény.

PÉLDA

Egy egyenes mentén mozgó pont helyét az idő függvényében az $s = s(t)$ függvény adja meg. Ekkor a $[t_0, t]$ időintervallumhoz tartozó átlagsebessége

$$\frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

DIFFERENCIAHÁNYADOS

Legyen $f : D \to \mathbb{R}$ egy valós függvény, mely értelmezve van x_0 egy környezetében. Ekkor az f függvény x_0-beli differenciahányados vagy különbségi hányados függvénye a $D \setminus \{x_0\}$ halmazon értelmezett,

$$x \mapsto \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

hozzárendelési szabállyal adott függvény.

PÉLDA

Egy egyenes mentén mozgó pont helyét az idő függvényében az $s = s(t)$ függvény adja meg. Ekkor a $[t_0, t]$ időintervallumhoz tartozó átlagsebessége

$$\frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

DIFFERENCIÁLHÁNYADOS

Legyen $f : D \to \mathbb{R}$ értelmezve x_0 egy környezetében. Azt mondjuk, hogy f x_0-ban differenciálható/deriválható, ha a

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = A$$

határérték létezik és véges. Ekkor a fenti határértéket f x_0-beli differenciálhányadosának/deriváltjának nevezzük.

JELÖLÉS

$$f'(x_0) = A, \qquad \left.\frac{df}{dx}\right|_{x_0} = A;$$

amennyiben a változó valamely t idő-paraméter, akkor szokásos még:

$$\dot{f}(t_0).$$

DIFFERENCIÁLHÁNYADOS

Legyen $f : D \to \mathbb{R}$ értelmezve x_0 egy környezetében. Azt mondjuk, hogy f x_0-ban differenciálható/deriválható, ha a

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = A$$

határérték létezik és véges. Ekkor a fenti határértéket f x_0-beli differenciálhányadosának/deriváltjának nevezzük.

JELÖLÉS

$$f'(x_0) = A, \qquad \left.\frac{df}{dx}\right|_{x_0} = A;$$

amennyiben a változó valamely t idő-paraméter, akkor szokásos még:

$$\dot{f}(t_0).$$

DIFFERENCIÁLHÁNYADOS

Legyen $f : D \to \mathbb{R}$ értelmezve x_0 egy környezetében. Azt mondjuk, hogy f x_0-ban differenciálható/deriválható, ha a

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = A$$

határérték létezik és véges. Ekkor a fenti határértéket f x_0-beli differenciálhányadosának/deriváltjának nevezzük.

JELÖLÉS

$$f'(x_0) = A, \qquad \left.\frac{df}{dx}\right|_{x_0} = A;$$

amennyiben a változó valamely t idő-paraméter, akkor szokásos még:

$$\dot{f}(t_0).$$

DIFFERENCIÁLHÁNYADOS

Legyen $f : D \to \mathbb{R}$ értelmezve x_0 egy környezetében. Azt mondjuk, hogy f x_0-ban differenciálható/deriválható, ha a

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = A$$

határérték létezik és véges. Ekkor a fenti határértéket f x_0-beli differenciálhányadosának/deriváltjának nevezzük.

JELÖLÉS

$$f'(x_0) = A, \qquad \left.\frac{df}{dx}\right|_{x_0} = A;$$

amennyiben a változó valamely t idő-paraméter, akkor szokásos még:

$$\dot{f}(t_0).$$

DIFFERENCIÁLHÁNYADOS

Legyen $f : D \to \mathbb{R}$ értelmezve x_0 egy környezetében. Azt mondjuk, hogy f x_0-ban differenciálható/deriválható, ha a

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = A$$

határérték létezik és véges. Ekkor a fenti határértéket f x_0-beli differenciálhányadosának/deriváltjának nevezzük.

JELÖLÉS

$$f'(x_0) = A, \qquad \left.\frac{df}{dx}\right|_{x_0} = A;$$

amennyiben a változó valamely t idő-paraméter, akkor szokásos még:

$$\dot{f}(t_0).$$

DIFFERENCIÁLHÁNYADOS

Legyen $f : D \to \mathbb{R}$ értelmezve x_0 egy környezetében. Azt mondjuk, hogy f x_0-ban differenciálható/deriválható, ha a

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = A$$

határérték létezik és véges. Ekkor a fenti határértéket f x_0-beli differenciálhányadosának/deriváltjának nevezzük.

JELÖLÉS

$$f'(x_0) = A, \qquad \left.\frac{df}{dx}\right|_{x_0} = A;$$

amennyiben a változó valamely t idő-paraméter, akkor szokásos még:

$$\dot{f}(t_0).$$

DIFFERENCIÁLHÁNYADOS

Legyen $f : D \to \mathbb{R}$ értelmezve x_0 egy környezetében. Azt mondjuk, hogy f x_0-ban differenciálható/deriválható, ha a

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = A$$

határérték létezik és véges. Ekkor a fenti határértéket f x_0-beli differenciálhányadosának/deriváltjának nevezzük.

JELÖLÉS

$$f'(x_0) = A, \qquad \left.\frac{df}{dx}\right|_{x_0} = A;$$

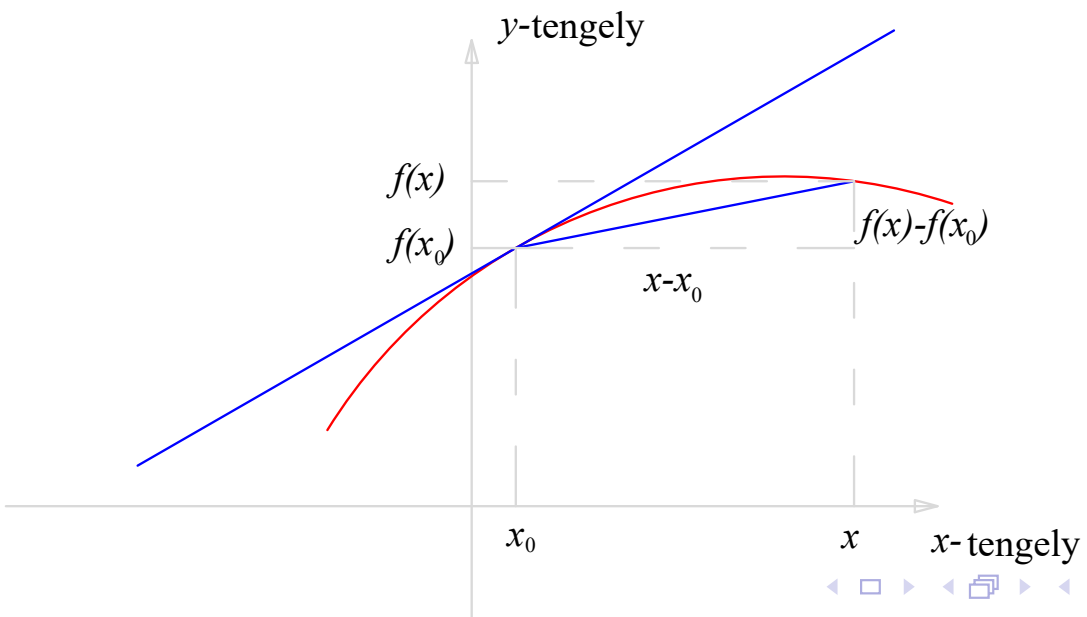
amennyiben a változó valamely t idő-paraméter, akkor szokásos még:

$$\dot{f}(t_0).$$

A DERIVÁLT GEOMETRIAI JELENÉSE

MEGJEGYZÉS

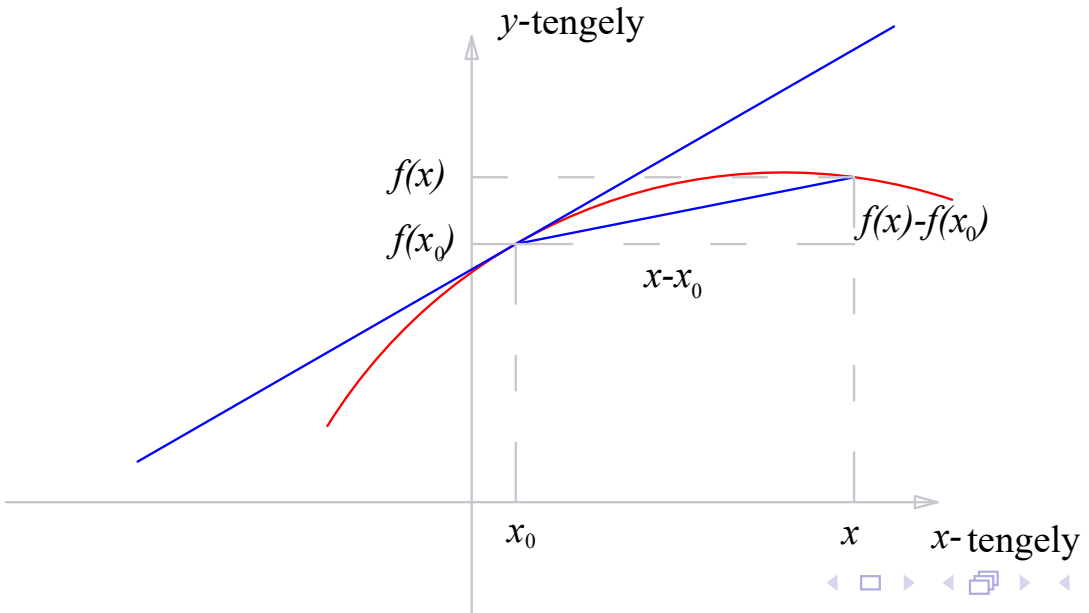
Az f függvény x_0 pontbeli differenciahányados függvényének értéke az x pontban megegyezik az $(x_0, f(x_0))$ és az $(x, f(x))$ pontokat összekötő szelő meredekségével. Az f függvény x_0 pontbeli differenciálhányadosa megegyezik a grafikonjához az $(x_0, f(x_0))$ pontban húzott érintő meredekségével.



A DERIVÁLT GEOMETRIAI JELENÉSE

MEGJEGYZÉS

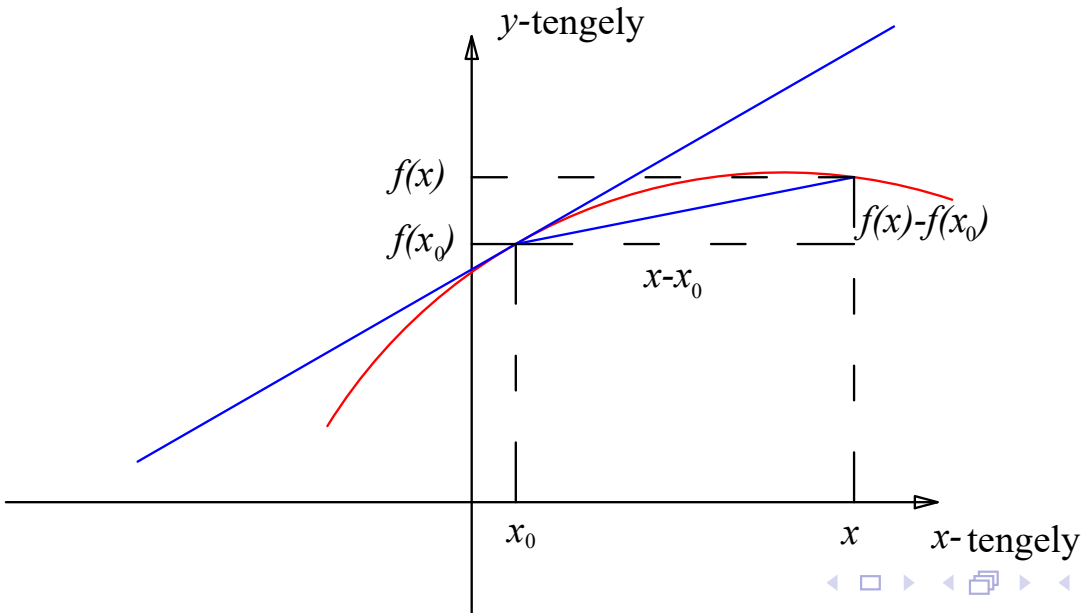
Az f függvény x_0 pontbeli differenciahányados függvényének értéke az x pontban megegyezik az $(x_0, f(x_0))$ és az $(x, f(x))$ pontokat összekötő szelő meredekségével. Az f függvény x_0 pontbeli differenciálhányadosa megegyezik a grafikonjához az $(x_0, f(x_0))$ pontban húzott érintő meredekségével.



A DERIVÁLT GEOMETRIAI JELENÉSE

MEGJEGYZÉS

Az f függvény x_0 pontbeli differenciahányados függvényének értéke az x pontban megegyezik az $(x_0, f(x_0))$ és az $(x, f(x))$ pontokat összekötő szelő meredekségével. Az f függvény x_0 pontbeli differenciálhányadosa megegyezik a grafikonjához az $(x_0, f(x_0))$ pontban húzott érintő meredekségével.



ÉRINTŐ ÉS DERIVÁLTFÜGGVÉNY

DEFINÍCIÓ

Legyen f deriválható x_0-ban. Ekkor f x_0-beli érintőjén az

$$y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

egyenletű egyenest értjük.

DEFINÍCIÓ

Legyen f egy valós függvény, mely legalább egy pontban deriválható. Ekkor azt a függvényt, mely azon pontokban értelmezett, ahol f deriválható, és minden ilyen x pontban értéke $f'(x)$, f deriváltfüggvényének nevezzük. Jele f', $\frac{df}{dx}$.

ÉRINTŐ ÉS DERIVÁLTFÜGGVÉNY

DEFINÍCIÓ

Legyen f deriválható x_0-ban. Ekkor f x_0-beli érintőjén az

$$y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

egyenletű egyenest értjük.

DEFINÍCIÓ

Legyen f egy valós függvény, mely legalább egy pontban deriválható. Ekkor azt a függvényt, mely azon pontokban értelmezett, ahol f deriválható, és minden ilyen x pontban értéke $f'(x)$, f deriváltfüggvényének nevezzük. Jele f', $\frac{df}{dx}$.

ÉRINTŐ ÉS DERIVÁLTFÜGGVÉNY

DEFINÍCIÓ

Legyen f deriválható x_0-ban. Ekkor f x_0-beli érintőjén az

$$y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

egyenletű egyenest értjük.

DEFINÍCIÓ

Legyen f egy valós függvény, mely legalább egy pontban deriválható. Ekkor azt a függvényt, mely azon pontokban értelmezett, ahol f deriválható, és minden ilyen x pontban értéke $f'(x)$, f deriváltfüggvényének nevezzük. Jele f', $\frac{df}{dx}$.

ÉRINTŐ ÉS DERIVÁLTFÜGGVÉNY

DEFINÍCIÓ

Legyen f deriválható x_0-ban. Ekkor f x_0-beli érintőjén az

$$y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

egyenletű egyenest értjük.

DEFINÍCIÓ

Legyen f egy valós függvény, mely legalább egy pontban deriválható. Ekkor azt a függvényt, mely azon pontokban értelmezett, ahol f deriválható, és minden ilyen x pontban értéke $f'(x)$, f deriváltfüggvényének nevezzük. Jele f', $\frac{df}{dx}$.

ÉRINTŐ ÉS DERIVÁLTFÜGGVÉNY

DEFINÍCIÓ

Legyen f deriválható x_0-ban. Ekkor f x_0-beli érintőjén az

$$y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

egyenletű egyenest értjük.

DEFINÍCIÓ

Legyen f egy valós függvény, mely legalább egy pontban deriválható. Ekkor azt a függvényt, mely azon pontokban értelmezett, ahol f deriválható, és minden ilyen x pontban értéke $f'(x)$, f deriváltfüggvényének nevezzük. Jele f', $\frac{df}{dx}$.

ÉRINTŐ ÉS DERIVÁLTFÜGGVÉNY

DEFINÍCIÓ

Legyen f deriválható x_0-ban. Ekkor f x_0-beli érintőjén az

$$y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

egyenletű egyenest értjük.

DEFINÍCIÓ

*Legyen f egy valós függvény, mely legalább egy pontban deriválható. Ekkor azt a függvényt, mely azon pontokban értelmezett, ahol f deriválható, és minden ilyen x pontban értéke $f'(x)$, **f deriváltfüggvényének** nevezzük. Jele f', $\frac{df}{dx}$.*

ÉRINTŐ ÉS DERIVÁLTFÜGGVÉNY

DEFINÍCIÓ

Legyen f deriválható x_0-ban. Ekkor f x_0-beli érintőjén az

$$y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

egyenletű egyenest értjük.

DEFINÍCIÓ

Legyen f egy valós függvény, mely legalább egy pontban deriválható. Ekkor azt a függvényt, mely azon pontokban értelmezett, ahol f deriválható, és minden ilyen x pontban értéke $f'(x)$, f deriváltfüggvényének nevezzük. Jele f', $\frac{df}{dx}$.

PÉLDÁK

PÉLDA

Az $f(x) = a$ függvény deriváltfüggvénye $f'(x) = 0$, azaz $(a)' = 0$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{a - a}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} 0 = 0.$$

PÉLDA

Az $f(x) = x$ függvény deriváltfüggvénye $f'(x) = 1$, azaz $(x)' = 1$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{x - x_0}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} 1 = 1.$$

PÉLDÁK

PÉLDA

Az $f(x) = a$ függvény deriváltfüggvénye $f'(x) = 0$, azaz $(a)' = 0$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{a - a}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} 0 = 0.$$

PÉLDA

Az $f(x) = x$ függvény deriváltfüggvénye $f'(x) = 1$, azaz $(x)' = 1$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{x - x_0}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} 1 = 1.$$

PÉLDÁK

PÉLDA

Az $f(x) = a$ függvény deriváltfüggvénye $f'(x) = 0$, azaz $(a)' = 0$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{a - a}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} 0 = 0.$$

PÉLDA

Az $f(x) = x$ függvény deriváltfüggvénye $f'(x) = 1$, azaz $(x)' = 1$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{x - x_0}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} 1 = 1.$$

PÉLDÁK

PÉLDA

Az $f(x) = a$ függvény deriváltfüggvénye $f'(x) = 0$, azaz $(a)' = 0$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{a - a}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} 0 = 0.$$

PÉLDA

Az $f(x) = x$ függvény deriváltfüggvénye $f'(x) = 1$, azaz $(x)' = 1$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{x - x_0}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} 1 = 1.$$

PÉLDÁK

PÉLDA

Az $f(x) = a$ függvény deriváltfüggvénye $f'(x) = 0$, azaz $(a)' = 0$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{a - a}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} 0 = 0.$$

PÉLDA

Az $f(x) = x$ függvény deriváltfüggvénye $f'(x) = 1$, azaz $(x)' = 1$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{x - x_0}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} 1 = 1.$$

PÉLDÁK

PÉLDA

Az $f(x) = a$ függvény deriváltfüggvénye $f'(x) = 0$, azaz $(a)' = 0$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{a - a}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} 0 = 0.$$

PÉLDA

Az $f(x) = x$ függvény deriváltfüggvénye $f'(x) = 1$, azaz $(x)' = 1$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{x - x_0}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} 1 = 1.$$

PÉLDÁK

PÉLDA

Az $f(x) = a$ függvény deriváltfüggvénye $f'(x) = 0$, azaz $(a)' = 0$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{a - a}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} 0 = 0.$$

PÉLDA

Az $f(x) = x$ függvény deriváltfüggvénye $f'(x) = 1$, azaz $(x)' = 1$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{x - x_0}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} 1 = 1.$$

PÉLDÁK

PÉLDA

Az $f(x) = a$ függvény deriváltfüggvénye $f'(x) = 0$, azaz $(a)' = 0$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{a - a}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} 0 = 0.$$

PÉLDA

Az $f(x) = x$ függvény deriváltfüggvénye $f'(x) = 1$, azaz $(x)' = 1$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{x - x_0}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} 1 = 1.$$

PÉLDÁK

PÉLDA

Az $f(x) = a$ függvény deriváltfüggvénye $f'(x) = 0$, azaz $(a)' = 0$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{a - a}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} 0 = 0.$$

PÉLDA

Az $f(x) = x$ függvény deriváltfüggvénye $f'(x) = 1$, azaz $(x)' = 1$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{x - x_0}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} 1 = 1.$$

PÉLDÁK

PÉLDA

Az $f(x) = a$ függvény deriváltfüggvénye $f'(x) = 0$, azaz $(a)' = 0$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{a - a}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} 0 = 0.$$

PÉLDA

Az $f(x) = x$ függvény deriváltfüggvénye $f'(x) = 1$, azaz $(x)' = 1$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{x - x_0}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} 1 = 1.$$

PÉLDÁK

PÉLDA

Az $f(x) = a$ függvény deriváltfüggvénye $f'(x) = 0$, azaz $(a)' = 0$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{a - a}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} 0 = 0.$$

PÉLDA

Az $f(x) = x$ függvény deriváltfüggvénye $f'(x) = 1$, azaz $(x)' = 1$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{x - x_0}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} 1 = 1.$$

PÉLDÁK

PÉLDA

Az $f(x) = \sqrt{x+3}$ *függvény deriváltfüggvénye* $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+3}}$, *azaz* $\left(\sqrt{x+3}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x+3}}$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x\to x_0} \frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{x_0+3}}{x-x_0} =$$

$$\lim_{x\to x_0} \frac{(\sqrt{x+3}-\sqrt{x_0+3})(\sqrt{x+3}+\sqrt{x_0+3})}{(x-x_0)(\sqrt{x+3}+\sqrt{x_0+3})} =$$

$$\lim_{x\to x_0} \frac{(x+3)-(x_0+3)}{(x-x_0)(\sqrt{x+3}+\sqrt{x_0+3})} = \lim_{x\to x_0} \frac{1}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x_0+3}} = \frac{1}{2\sqrt{x_0+3}}.$$

PÉLDÁK

PÉLDA

Az $f(x) = \sqrt{x+3}$ *függvény deriváltfüggvénye* $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+3}}$, *azaz* $\left(\sqrt{x+3}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x+3}}$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x\to x_0} \frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{x_0+3}}{x-x_0} =$$

$$\lim_{x\to x_0} \frac{(\sqrt{x+3}-\sqrt{x_0+3})(\sqrt{x+3}+\sqrt{x_0+3})}{(x-x_0)(\sqrt{x+3}+\sqrt{x_0+3})} =$$

$$\lim_{x\to x_0} \frac{(x+3)-(x_0+3)}{(x-x_0)(\sqrt{x+3}+\sqrt{x_0+3})} = \lim_{x\to x_0} \frac{1}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x_0+3}} = \frac{1}{2\sqrt{x_0+3}}.$$

PÉLDÁK

PÉLDA

Az $f(x) = \sqrt{x+3}$ *függvény deriváltfüggvénye* $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+3}}$, *azaz* $\left(\sqrt{x+3}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x+3}}$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x\to x_0} \frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{x_0+3}}{x-x_0} =$$

$$\lim_{x\to x_0} \frac{(\sqrt{x+3}-\sqrt{x_0+3})(\sqrt{x+3}+\sqrt{x_0+3})}{(x-x_0)(\sqrt{x+3}+\sqrt{x_0+3})} =$$

$$\lim_{x\to x_0} \frac{(x+3)-(x_0+3)}{(x-x_0)(\sqrt{x+3}+\sqrt{x_0+3})} = \lim_{x\to x_0} \frac{1}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x_0+3}} = \frac{1}{2\sqrt{x_0+3}}.$$

PÉLDÁK

PÉLDA

Az $f(x) = \sqrt{x+3}$ *függvény deriváltfüggvénye* $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+3}}$, *azaz* $\left(\sqrt{x+3}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x+3}}$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x\to x_0} \frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{x_0+3}}{x-x_0} =$$

$$\lim_{x\to x_0} \frac{(\sqrt{x+3}-\sqrt{x_0+3})(\sqrt{x+3}+\sqrt{x_0+3})}{(x-x_0)(\sqrt{x+3}+\sqrt{x_0+3})} =$$

$$\lim_{x\to x_0} \frac{(x+3)-(x_0+3)}{(x-x_0)(\sqrt{x+3}+\sqrt{x_0+3})} = \lim_{x\to x_0} \frac{1}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x_0+3}} = \frac{1}{2\sqrt{x_0+3}}.$$

PÉLDÁK

PÉLDA

Az $f(x) = \sqrt{x+3}$ *függvény deriváltfüggvénye* $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+3}}$, *azaz* $\left(\sqrt{x+3}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x+3}}$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x\to x_0} \frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{x_0+3}}{x-x_0} =$$

$$\lim_{x\to x_0} \frac{(\sqrt{x+3}-\sqrt{x_0+3})(\sqrt{x+3}+\sqrt{x_0+3})}{(x-x_0)(\sqrt{x+3}+\sqrt{x_0+3})} =$$

$$\lim_{x\to x_0} \frac{(x+3)-(x_0+3)}{(x-x_0)(\sqrt{x+3}+\sqrt{x_0+3})} = \lim_{x\to x_0} \frac{1}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x_0+3}} = \frac{1}{2\sqrt{x_0+3}}.$$

PÉLDÁK

PÉLDA

Az $f(x) = \sqrt{x+3}$ *függvény deriváltfüggvénye* $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+3}}$, *azaz* $\left(\sqrt{x+3}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x+3}}$.

Bizonyítás.

$$f'(x_0) = \lim_{x\to x_0} \frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{x_0+3}}{x-x_0} =$$

$$\lim_{x\to x_0} \frac{(\sqrt{x+3}-\sqrt{x_0+3})(\sqrt{x+3}+\sqrt{x_0+3})}{(x-x_0)(\sqrt{x+3}+\sqrt{x_0+3})} =$$

$$\lim_{x\to x_0} \frac{(x+3)-(x_0+3)}{(x-x_0)(\sqrt{x+3}+\sqrt{x_0+3})} = \lim_{x\to x_0} \frac{1}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x_0+3}} = \frac{1}{2\sqrt{x_0+3}}.$$

PÉLDÁK

PÉLDA

Az $f(x) = \sin(x)$ *függvény deriváltfüggvénye* $f'(x) = \cos(x)$, *azaz* $(\sin(x))' = \cos(x)$.

Bizonyítás.

Ismert, hogy $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\sin(\beta)$. Ebből $\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2\cos(\alpha)\sin(\beta)$. Ha $x = \alpha + \beta$ és $y = \alpha - \beta$, akkor $\alpha = \frac{x+y}{2}$ és $\beta = \frac{x-y}{2}$, amiből:

$$\sin(x) - \sin(y) = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}, \quad \text{azaz}$$

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{\sin(x) - \sin(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{2\cos\frac{x+x_0}{2}\sin\frac{x-x_0}{2}}{x - x_0} =$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\sin\frac{x-x_0}{2}}{\frac{x-x_0}{2}} \cdot \cos\frac{x+x_0}{2} = \cos(x_0).$$

PÉLDÁK

PÉLDA

Az $f(x) = \sin(x)$ *függvény deriváltfüggvénye* $f'(x) = \cos(x)$, *azaz* $(\sin(x))' = \cos(x)$.

Bizonyítás.

Ismert, hogy $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\sin(\beta)$. Ebből $\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2\cos(\alpha)\sin(\beta)$. Ha $x = \alpha + \beta$ és $y = \alpha - \beta$, akkor $\alpha = \frac{x+y}{2}$ és $\beta = \frac{x-y}{2}$, amiből:

$$\sin(x) - \sin(y) = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}, \quad \text{azaz}$$

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{\sin(x) - \sin(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{2\cos\frac{x+x_0}{2}\sin\frac{x-x_0}{2}}{x - x_0} =$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\sin\frac{x-x_0}{2}}{\frac{x-x_0}{2}} \cdot \cos\frac{x+x_0}{2} = \cos(x_0).$$

PÉLDÁK

PÉLDA

Az $f(x) = \sin(x)$ *függvény deriváltfüggvénye* $f'(x) = \cos(x)$, *azaz* $(\sin(x))' = \cos(x)$.

Bizonyítás.

Ismert, hogy $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\sin(\beta)$. Ebből $\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2\cos(\alpha)\sin(\beta)$. Ha $x = \alpha + \beta$ és $y = \alpha - \beta$, akkor $\alpha = \frac{x+y}{2}$ és $\beta = \frac{x-y}{2}$, amiből:

$$\sin(x) - \sin(y) = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}, \quad \text{azaz}$$

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{\sin(x) - \sin(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{2\cos\frac{x+x_0}{2}\sin\frac{x-x_0}{2}}{x - x_0} =$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\sin\frac{x-x_0}{2}}{\frac{x-x_0}{2}} \cdot \cos\frac{x+x_0}{2} = \cos(x_0).$$

PÉLDÁK

PÉLDA

Az $f(x) = \sin(x)$ *függvény deriváltfüggvénye* $f'(x) = \cos(x)$, *azaz* $(\sin(x))' = \cos(x)$.

Bizonyítás.

Ismert, hogy $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\sin(\beta)$. Ebből $\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2\cos(\alpha)\sin(\beta)$. Ha $x = \alpha + \beta$ és $y = \alpha - \beta$, akkor $\alpha = \frac{x+y}{2}$ és $\beta = \frac{x-y}{2}$, amiből:

$$\sin(x) - \sin(y) = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}, \quad \text{azaz}$$

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{\sin(x) - \sin(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{2\cos\frac{x+x_0}{2}\sin\frac{x-x_0}{2}}{x - x_0} =$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\sin\frac{x-x_0}{2}}{\frac{x-x_0}{2}} \cdot \cos\frac{x+x_0}{2} = \cos(x_0).$$

PÉLDÁK

PÉLDA

Az $f(x) = \sin(x)$ *függvény deriváltfüggvénye* $f'(x) = \cos(x)$, *azaz* $(\sin(x))' = \cos(x)$.

Bizonyítás.

Ismert, hogy $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\sin(\beta)$. Ebből $\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2\cos(\alpha)\sin(\beta)$. Ha $x = \alpha + \beta$ és $y = \alpha - \beta$, akkor $\alpha = \frac{x+y}{2}$ és $\beta = \frac{x-y}{2}$, amiből:

$$\sin(x) - \sin(y) = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}, \quad \text{azaz}$$

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{\sin(x) - \sin(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{2\cos\frac{x+x_0}{2}\sin\frac{x-x_0}{2}}{x - x_0} =$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\sin\frac{x-x_0}{2}}{\frac{x-x_0}{2}} \cdot \cos\frac{x+x_0}{2} = \cos(x_0).$$

PÉLDÁK

PÉLDA

Az $f(x) = \sin(x)$ *függvény deriváltfüggvénye* $f'(x) = \cos(x)$, *azaz* $(\sin(x))' = \cos(x)$.

Bizonyítás.

Ismert, hogy $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\sin(\beta)$. Ebből $\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2\cos(\alpha)\sin(\beta)$. Ha $x = \alpha + \beta$ és $y = \alpha - \beta$, akkor $\alpha = \frac{x+y}{2}$ és $\beta = \frac{x-y}{2}$, amiből:

$$\sin(x) - \sin(y) = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}, \quad \text{azaz}$$

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{\sin(x) - \sin(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{2\cos\frac{x+x_0}{2}\sin\frac{x-x_0}{2}}{x - x_0} =$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\sin\frac{x-x_0}{2}}{\frac{x-x_0}{2}} \cdot \cos\frac{x+x_0}{2} = \cos(x_0).$$

PÉLDÁK

PÉLDA

Az $f(x) = \sin(x)$ *függvény deriváltfüggvénye* $f'(x) = \cos(x)$, *azaz* $(\sin(x))' = \cos(x)$.

Bizonyítás.

Ismert, hogy $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\sin(\beta)$. Ebből $\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2\cos(\alpha)\sin(\beta)$. Ha $x = \alpha + \beta$ és $y = \alpha - \beta$, akkor $\alpha = \frac{x+y}{2}$ és $\beta = \frac{x-y}{2}$, amiből:

$$\sin(x) - \sin(y) = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}, \quad \text{azaz}$$

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{\sin(x) - \sin(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{2\cos\frac{x+x_0}{2}\sin\frac{x-x_0}{2}}{x - x_0} =$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\sin\frac{x-x_0}{2}}{\frac{x-x_0}{2}} \cdot \cos\frac{x+x_0}{2} = \cos(x_0).$$

PÉLDÁK

PÉLDA

Az $f(x) = \sin(x)$ *függvény deriváltfüggvénye* $f'(x) = \cos(x)$, *azaz* $(\sin(x))' = \cos(x)$.

Bizonyítás.

Ismert, hogy $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\sin(\beta)$. Ebből $\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2\cos(\alpha)\sin(\beta)$. Ha $x = \alpha + \beta$ és $y = \alpha - \beta$, akkor $\alpha = \frac{x+y}{2}$ és $\beta = \frac{x-y}{2}$, amiből:

$$\sin(x) - \sin(y) = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}, \quad \text{azaz}$$

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{\sin(x) - \sin(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{2\cos\frac{x+x_0}{2}\sin\frac{x-x_0}{2}}{x - x_0} =$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\sin\frac{x-x_0}{2}}{\frac{x-x_0}{2}} \cdot \cos\frac{x+x_0}{2} = \cos(x_0).$$

PÉLDÁK

PÉLDA

Az $f(x) = \sin(x)$ *függvény deriváltfüggvénye* $f'(x) = \cos(x)$, *azaz* $(\sin(x))' = \cos(x)$.

Bizonyítás.

Ismert, hogy $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\sin(\beta)$. Ebből $\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2\cos(\alpha)\sin(\beta)$. Ha $x = \alpha + \beta$ és $y = \alpha - \beta$, akkor $\alpha = \frac{x+y}{2}$ és $\beta = \frac{x-y}{2}$, amiből:

$$\sin(x) - \sin(y) = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}, \quad \text{azaz}$$

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{\sin(x) - \sin(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{2\cos\frac{x+x_0}{2}\sin\frac{x-x_0}{2}}{x - x_0} =$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\sin\frac{x-x_0}{2}}{\frac{x-x_0}{2}} \cdot \cos\frac{x+x_0}{2} = \cos(x_0).$$

PÉLDÁK

PÉLDA

Az $f(x) = \sin(x)$ *függvény deriváltfüggvénye* $f'(x) = \cos(x)$, *azaz* $(\sin(x))' = \cos(x)$.

Bizonyítás.

Ismert, hogy $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\sin(\beta)$. Ebből $\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2\cos(\alpha)\sin(\beta)$. Ha $x = \alpha + \beta$ és $y = \alpha - \beta$, akkor $\alpha = \frac{x+y}{2}$ és $\beta = \frac{x-y}{2}$, amiből:

$$\sin(x) - \sin(y) = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}, \quad \text{azaz}$$

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{\sin(x) - \sin(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{2\cos\frac{x+x_0}{2}\sin\frac{x-x_0}{2}}{x - x_0} =$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{\sin\frac{x-x_0}{2}}{\frac{x-x_0}{2}} \cdot \cos\frac{x+x_0}{2} = \cos(x_0).$$

A DERIVÁLT EKVIVALENS ÁTFOGALMAZÁSA

$f'(x_0) = A \iff \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = A \iff$
$\lim_{x\to x_0} \left(\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} - A\right) = 0.$
Legyen $\varepsilon(x) = \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} - A$. Ekkor $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és
$f(x) = f(x_0) + A(x-x_0) + \varepsilon(x)(x-x_0)$.

ÁLLÍTÁS

Legyen f értelmezve x_0 egy környezetében. Ekkor f pontosan akkor deriválható x_0-ban, ha van olyan $A \in \mathbb{R}$ szám és $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és f felírható $f(x) = f(x_0) + A(x-x_0) + \varepsilon(x)(x-x_0)$ alakban. Ekkor $A = f'(x_0)$.

A DERIVÁLT EKVIVALENS ÁTFOGALMAZÁSA

$f'(x_0) = A \iff \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = A \iff$
$\lim_{x\to x_0} \left(\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} - A\right) = 0.$
Legyen $\varepsilon(x) = \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} - A$. Ekkor $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és
$f(x) = f(x_0) + A(x-x_0) + \varepsilon(x)(x-x_0)$.

ÁLLÍTÁS

Legyen f értelmezve x_0 egy környezetében. Ekkor f pontosan akkor deriválható x_0-ban, ha van olyan $A \in \mathbb{R}$ szám és $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és f felírható $f(x) = f(x_0) + A(x-x_0) + \varepsilon(x)(x-x_0)$ alakban. Ekkor $A = f'(x_0)$.

A DERIVÁLT EKVIVALENS ÁTFOGALMAZÁSA

$f'(x_0) = A \iff \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = A \iff$
$\lim_{x\to x_0} \left(\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} - A\right) = 0.$

Legyen $\varepsilon(x) = \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} - A$. Ekkor $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és $f(x) = f(x_0) + A(x-x_0) + \varepsilon(x)(x-x_0)$.

ÁLLÍTÁS

Legyen f értelmezve x_0 egy környezetében. Ekkor f pontosan akkor deriválható x_0-ban, ha van olyan $A \in \mathbb{R}$ szám és $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és f felírható $f(x) = f(x_0) + A(x-x_0) + \varepsilon(x)(x-x_0)$ alakban. Ekkor $A = f'(x_0)$.

A DERIVÁLT EKVIVALENS ÁTFOGALMAZÁSA

$f'(x_0) = A \iff \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = A \iff$
$\lim_{x\to x_0} \left(\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} - A\right) = 0.$
Legyen $\varepsilon(x) = \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} - A$. Ekkor $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és
$f(x) = f(x_0) + A(x-x_0) + \varepsilon(x)(x-x_0)$.

ÁLLÍTÁS

Legyen f értelmezve x_0 egy környezetében. Ekkor f pontosan akkor deriválható x_0-ban, ha van olyan $A \in \mathbb{R}$ szám és $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és f felírható $f(x) = f(x_0) + A(x-x_0) + \varepsilon(x)(x-x_0)$ alakban. Ekkor $A = f'(x_0)$.

A DERIVÁLT EKVIVALENS ÁTFOGALMAZÁSA

$f'(x_0) = A \iff \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = A \iff$
$\lim_{x\to x_0} \left(\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} - A\right) = 0.$
Legyen $\varepsilon(x) = \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} - A$. Ekkor $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és
$f(x) = f(x_0) + A(x-x_0) + \varepsilon(x)(x-x_0)$.

ÁLLÍTÁS

Legyen f értelmezve x_0 egy környezetében. Ekkor f pontosan akkor deriválható x_0-ban, ha van olyan $A \in \mathbb{R}$ szám és $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és f felírható $f(x) = f(x_0) + A(x-x_0) + \varepsilon(x)(x-x_0)$ alakban. Ekkor $A = f'(x_0)$.

A DERIVÁLT EKVIVALENS ÁTFOGALMAZÁSA

$f'(x_0) = A \iff \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = A \iff$
$\lim_{x\to x_0} \left(\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} - A\right) = 0.$
Legyen $\varepsilon(x) = \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} - A$. Ekkor $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és
$f(x) = f(x_0) + A(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0)$.

ÁLLÍTÁS

Legyen f értelmezve x_0 egy környezetében. Ekkor f pontosan akkor deriválható x_0-ban, ha van olyan $A \in \mathbb{R}$ szám és $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és f felírható $f(x) = f(x_0) + A(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0)$ alakban. Ekkor $A = f'(x_0)$.

A DERIVÁLT EKVIVALENS ÁTFOGALMAZÁSA

$f'(x_0) = A \iff \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = A \iff$
$\lim_{x\to x_0} \left(\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} - A\right) = 0.$
Legyen $\varepsilon(x) = \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} - A$. Ekkor $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és
$f(x) = f(x_0) + A(x-x_0) + \varepsilon(x)(x-x_0)$.

ÁLLÍTÁS

Legyen f értelmezve x_0 egy környezetében. Ekkor f pontosan akkor deriválható x_0-ban, ha van olyan $A \in \mathbb{R}$ szám és $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és f felírható $f(x) = f(x_0) + A(x-x_0) + \varepsilon(x)(x-x_0)$ alakban. Ekkor $A = f'(x_0)$.

A DERIVÁLT EKVIVALENS ÁTFOGALMAZÁSA

$f'(x_0) = A \iff \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = A \iff$
$\lim_{x\to x_0} \left(\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} - A\right) = 0.$
Legyen $\varepsilon(x) = \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} - A$. Ekkor $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és
$f(x) = f(x_0) + A(x-x_0) + \varepsilon(x)(x-x_0)$.

ÁLLÍTÁS

Legyen f értelmezve x_0 egy környezetében. Ekkor f pontosan akkor deriválható x_0-ban, ha van olyan $A \in \mathbb{R}$ szám és $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és f felírható $f(x) = f(x_0) + A(x-x_0) + \varepsilon(x)(x-x_0)$ alakban. Ekkor $A = f'(x_0)$.

A DERIVÁLT EKVIVALENS ÁTFOGALMAZÁSA

$f'(x_0) = A \iff \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = A \iff$
$\lim_{x\to x_0} \left(\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} - A\right) = 0.$
Legyen $\varepsilon(x) = \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} - A$. Ekkor $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és
$f(x) = f(x_0) + A(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0)$.

ÁLLÍTÁS

Legyen f értelmezve x_0 egy környezetében. Ekkor f pontosan akkor deriválható x_0-ban, ha van olyan $A \in \mathbb{R}$ szám és $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és f felírható $f(x) = f(x_0) + A(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0)$ alakban. Ekkor $A = f'(x_0)$.

A DERIVÁLT EKVIVALENS ÁTFOGALMAZÁSA

$f'(x_0) = A \iff \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = A \iff$
$\lim_{x\to x_0} \left(\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} - A\right) = 0.$
Legyen $\varepsilon(x) = \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} - A$. Ekkor $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és
$f(x) = f(x_0) + A(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0)$.

ÁLLÍTÁS

Legyen f értelmezve x_0 egy környezetében. Ekkor f pontosan akkor deriválható x_0-ban, ha van olyan $A \in \mathbb{R}$ szám és $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és f felírható $f(x) = f(x_0) + A(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0)$ alakban. Ekkor $A = f'(x_0)$.

A DERIVÁLT EKVIVALENS ÁTFOGALMAZÁSA

$f'(x_0) = A \iff \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = A \iff$
$\lim_{x\to x_0} \left(\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} - A\right) = 0.$
Legyen $\varepsilon(x) = \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} - A$. Ekkor $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és
$f(x) = f(x_0) + A(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0)$.

ÁLLÍTÁS

Legyen f értelmezve x_0 egy környezetében. Ekkor f pontosan akkor deriválható x_0-ban, ha van olyan $A \in \mathbb{R}$ szám és $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és f felírható $f(x) = f(x_0) + A(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0)$ alakban. Ekkor $A = f'(x_0)$.

A DERIVÁLT EKVIVALENS ÁTFOGALMAZÁSA

DEFINÍCIÓ

Ha f deriválható x_0-ban, akkor az $x \mapsto f'(x_0)(x - x_0)$ hozzárendelési szabállyal definiált függvényt f x_0-beli differenciáljának hívjuk. Jele df.

Jelentése:

Ha f deriválható x_0-ban, akkor létezik olyan $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x \to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és

$$\Delta f = f(x) - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0) \approx f'(x_0)(x - x_0) = df,$$

ha $x \approx x_0$.

A DERIVÁLT EKVIVALENS ÁTFOGALMAZÁSA

DEFINÍCIÓ

Ha f deriválható x_0-ban, akkor az $x \mapsto f'(x_0)(x - x_0)$ hozzárendelési szabállyal definiált függvényt f x_0-beli differenciáljának hívjuk. Jele df.

Jelentése:

Ha f deriválható x_0-ban, akkor létezik olyan $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x \to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és

$$\Delta f = f(x) - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0) \approx f'(x_0)(x - x_0) = df,$$

ha $x \approx x_0$.

A DERIVÁLT EKVIVALENS ÁTFOGALMAZÁSA

DEFINÍCIÓ

Ha f deriválható x_0-ban, akkor az $x \mapsto f'(x_0)(x - x_0)$ hozzárendelési szabállyal definiált függvényt f x_0-beli differenciáljának hívjuk. Jele df.

Jelentése:

Ha f deriválható x_0-ban, akkor létezik olyan $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x \to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és

$$\Delta f = f(x) - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0) \approx f'(x_0)(x - x_0) = df,$$

ha $x \approx x_0$.

A DERIVÁLT EKVIVALENS ÁTFOGALMAZÁSA

DEFINÍCIÓ

Ha f deriválható x_0-ban, akkor az $x \mapsto f'(x_0)(x - x_0)$ hozzárendelési szabállyal definiált függvényt f x_0-beli differenciáljának hívjuk. Jele df.

Jelentése:

Ha f deriválható x_0-ban, akkor létezik olyan $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x \to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és

$$\Delta f = f(x) - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0) \approx f'(x_0)(x - x_0) = df,$$

ha $x \approx x_0$.

A DERIVÁLT EKVIVALENS ÁTFOGALMAZÁSA

DEFINÍCIÓ

Ha f deriválható x_0-ban, akkor az $x \mapsto f'(x_0)(x - x_0)$ hozzárendelési szabállyal definiált függvényt f x_0-beli differenciáljának hívjuk. Jele df.

Jelentése:
Ha f deriválható x_0-ban, akkor létezik olyan $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x \to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és

$$\Delta f = f(x) - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0) \approx f'(x_0)(x - x_0) = df,$$

ha $x \approx x_0$.

A DERIVÁLT EKVIVALENS ÁTFOGALMAZÁSA

DEFINÍCIÓ

Ha f deriválható x_0-ban, akkor az $x \mapsto f'(x_0)(x - x_0)$ hozzárendelési szabállyal definiált függvényt f x_0-beli differenciáljának hívjuk. Jele df.

Jelentése:
Ha f deriválható x_0-ban, akkor létezik olyan $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x \to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és

$$\Delta f = f(x) - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0) \approx f'(x_0)(x - x_0) = df,$$

ha $x \approx x_0$.

A DERIVÁLT EKVIVALENS ÁTFOGALMAZÁSA

DEFINÍCIÓ

Ha f deriválható x_0-ban, akkor az $x \mapsto f'(x_0)(x - x_0)$ hozzárendelési szabállyal definiált függvényt f x_0-beli differenciáljának hívjuk. Jele df.

Jelentése:
Ha f deriválható x_0-ban, akkor létezik olyan $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x \to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és

$$\Delta f = f(x) - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0) \approx f'(x_0)(x - x_0) = df,$$

ha $x \approx x_0$.

A DERIVÁLT EKVIVALENS ÁTFOGALMAZÁSA

DEFINÍCIÓ

Ha f deriválható x_0-ban, akkor az $x \mapsto f'(x_0)(x - x_0)$ hozzárendelési szabállyal definiált függvényt f x_0-beli differenciáljának hívjuk. Jele df.

Jelentése:
Ha f deriválható x_0-ban, akkor létezik olyan $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x \to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és

$$\Delta f = f(x) - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0) \approx f'(x_0)(x - x_0) = df,$$

ha $x \approx x_0$.

A DERIVÁLT EKVIVALENS ÁTFOGALMAZÁSA

DEFINÍCIÓ

Ha f deriválható x_0-ban, akkor az $x \mapsto f'(x_0)(x - x_0)$ hozzárendelési szabállyal definiált függvényt f x_0-beli differenciáljának hívjuk. Jele df.

Jelentése:
Ha f deriválható x_0-ban, akkor létezik olyan $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x \to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és

$$\Delta f = f(x) - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0) \approx f'(x_0)(x - x_0) = df,$$

ha $x \approx x_0$.

A DERIVÁLT EKVIVALENS ÁTFOGALMAZÁSA

DEFINÍCIÓ

Ha f deriválható x_0-ban, akkor az $x \mapsto f'(x_0)(x - x_0)$ hozzárendelési szabállyal definiált függvényt f x_0-beli differenciáljának hívjuk. Jele df.

Jelentése:
Ha f deriválható x_0-ban, akkor létezik olyan $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x \to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és

$$\Delta f = f(x) - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0) \approx f'(x_0)(x - x_0) = df,$$

ha $x \approx x_0$.

FÉLOLDALI DIFFERENCIÁLHÁNYADOS

Azt mondjuk, hogy f-nek az x_0-beli bal-, illetve jobboldali differenciálhányadosa létezik és egyenlő A-val, ha teljesül

$$\lim_{x \to x_0 - 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = A \in \mathbb{R},$$

illetve

$$\lim_{x \to x_0 + 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = A \in \mathbb{R}.$$

Ezekben az esetekben f-et balról, illetve jobbról differenciálhatónak nevezzük x_0-ban. Jele: $f'_-(x_0)$, illetve $f'_+(x_0)$.

ÁLLÍTÁS

Az f függvény akkor és csak akkor differenciálható x_0-ban, ha az x_0-beli féloldali differenciálhányadosai léteznek és megegyeznek.

FÉLOLDALI DIFFERENCIÁLHÁNYADOS

Azt mondjuk, hogy f-nek az x_0-beli bal-, illetve jobboldali differenciálhányadosa létezik és egyenlő A-val, ha teljesül

$$\lim_{x \to x_0 - 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = A \in \mathbb{R},$$

illetve

$$\lim_{x \to x_0 + 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = A \in \mathbb{R}.$$

Ezekben az esetekben f-et balról, illetve jobbról differenciálhatónak nevezzük x_0-ban. Jele: $f'_-(x_0)$, illetve $f'_+(x_0)$.

ÁLLÍTÁS

Az f függvény akkor és csak akkor differenciálható x_0-ban, ha az x_0-beli féloldali differenciálhányadosai léteznek és megegyeznek.

FÉLOLDALI DIFFERENCIÁLHÁNYADOS

Azt mondjuk, hogy f-nek az x_0-beli bal-, illetve jobboldali differenciálhányadosa létezik és egyenlő A-val, ha teljesül

$$\lim_{x \to x_0 - 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = A \in \mathbb{R},$$

illetve

$$\lim_{x \to x_0 + 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = A \in \mathbb{R}.$$

Ezekben az esetekben f-et balról, illetve jobbról differenciálhatónak nevezzük x_0-ban. Jele: $f'_-(x_0)$, illetve $f'_+(x_0)$.

ÁLLÍTÁS

Az f függvény akkor és csak akkor differenciálható x_0-ban, ha az x_0-beli féloldali differenciálhányadosai léteznek és megegyeznek.

FÉLOLDALI DIFFERENCIÁLHÁNYADOS

Azt mondjuk, hogy f-nek az x_0-beli bal-, illetve jobboldali differenciálhányadosa létezik és egyenlő A-val, ha teljesül

$$\lim_{x \to x_0 - 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = A \in \mathbb{R},$$

illetve

$$\lim_{x \to x_0 + 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = A \in \mathbb{R}.$$

Ezekben az esetekben f-et balról, illetve jobbról differenciálhatónak nevezzük x_0-ban. Jele: $f'_-(x_0)$, illetve $f'_+(x_0)$.

ÁLLÍTÁS

Az f függvény akkor és csak akkor differenciálható x_0-ban, ha az x_0-beli féloldali differenciálhányadosai léteznek és megegyeznek.

FÉLOLDALI DIFFERENCIÁLHÁNYADOS

Azt mondjuk, hogy f-nek az x_0-beli bal-, illetve jobboldali differenciálhányadosa létezik és egyenlő A-val, ha teljesül

$$\lim_{x \to x_0 - 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = A \in \mathbb{R},$$

illetve

$$\lim_{x \to x_0 + 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = A \in \mathbb{R}.$$

Ezekben az esetekben f-et balról, illetve jobbról differenciálhatónak nevezzük x_0-ban. Jele: $f'_-(x_0)$, illetve $f'_+(x_0)$.

ÁLLÍTÁS

Az f függvény akkor és csak akkor differenciálható x_0-ban, ha az x_0-beli féloldali differenciálhányadosai léteznek és megegyeznek.

FÉLOLDALI DIFFERENCIÁLHÁNYADOS

Azt mondjuk, hogy f-nek az x_0-beli bal-, illetve jobboldali differenciálhányadosa létezik és egyenlő A-val, ha teljesül

$$\lim_{x \to x_0 - 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = A \in \mathbb{R},$$

illetve

$$\lim_{x \to x_0 + 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = A \in \mathbb{R}.$$

Ezekben az esetekben f-et balról, illetve jobbról differenciálhatónak nevezzük x_0-ban. Jele: $f'_-(x_0)$, illetve $f'_+(x_0)$.

ÁLLÍTÁS

Az f függvény akkor és csak akkor differenciálható x_0-ban, ha az x_0-beli féloldali differenciálhányadosai léteznek és megegyeznek.

PÉLDA

PÉLDA

Legyen $f(x) = |x|$ *és* $x_0 = 0$. *Ekkor minden* $x < 0$ *esetén*

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{|x|}{x} = -1$$

és minden $x > 0$ *esetén*

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{|x|}{x} = 1.$$

A féloldali differenciálhányadosok léteznek 0*-ban, mégpedig* $f'_+(0) = 1$ *és* $f'_-(0) = -1$. *Az abszolút érték függvény tehát nem differenciálható* 0*-ban.*

PÉLDA

PÉLDA

Legyen $f(x) = |x|$ *és* $x_0 = 0$. *Ekkor minden* $x < 0$ *esetén*

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{|x|}{x} = -1$$

és minden $x > 0$ *esetén*

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{|x|}{x} = 1.$$

A féloldali differenciálhányadosok léteznek 0*-ban, mégpedig* $f'_+(0) = 1$ *és* $f'_-(0) = -1$. *Az abszolút érték függvény tehát nem differenciálható* 0*-ban.*

PÉLDA

PÉLDA

Legyen $f(x) = |x|$ *és* $x_0 = 0$. *Ekkor minden* $x < 0$ *esetén*

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{|x|}{x} = -1$$

és minden $x > 0$ *esetén*

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{|x|}{x} = 1.$$

A féloldali differenciálhányadosok léteznek 0*-ban, mégpedig* $f'_+(0) = 1$ *és* $f'_-(0) = -1$. *Az abszolút érték függvény tehát nem differenciálható* 0*-ban.*

PÉLDA

PÉLDA

Legyen $f(x) = |x|$ *és* $x_0 = 0$. *Ekkor minden* $x < 0$ *esetén*

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{|x|}{x} = -1$$

és minden $x > 0$ *esetén*

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{|x|}{x} = 1.$$

A féloldali differenciálhányadosok léteznek 0*-ban, mégpedig* $f'_+(0) = 1$ *és* $f'_-(0) = -1$. *Az abszolút érték függvény tehát nem differenciálható* 0*-ban.*

PÉLDA

PÉLDA

Legyen $f(x) = |x|$ *és* $x_0 = 0$. *Ekkor minden* $x < 0$ *esetén*

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{|x|}{x} = -1$$

és minden $x > 0$ *esetén*

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{|x|}{x} = 1.$$

A féloldali differenciálhányadosok léteznek 0*-ban, mégpedig* $f'_+(0) = 1$ *és* $f'_-(0) = -1$. *Az abszolút érték függvény tehát nem differenciálható* 0*-ban.*

PÉLDA

PÉLDA

Legyen $f(x) = |x|$ *és* $x_0 = 0$. *Ekkor minden* $x < 0$ *esetén*

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{|x|}{x} = -1$$

és minden $x > 0$ *esetén*

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{|x|}{x} = 1.$$

A féloldali differenciálhányadosok léteznek 0*-ban, mégpedig* $f'_+(0) = 1$ *és* $f'_-(0) = -1$. *Az abszolút érték függvény tehát nem differenciálható* 0*-ban.*

PÉLDA

PÉLDA

Legyen $f(x) = |x|$ *és* $x_0 = 0$. *Ekkor minden* $x < 0$ *esetén*

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{|x|}{x} = -1$$

és minden $x > 0$ *esetén*

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{|x|}{x} = 1.$$

A féloldali differenciálhányadosok léteznek 0*-ban, mégpedig* $f'_+(0) = 1$ *és* $f'_-(0) = -1$. *Az abszolút érték függvény tehát nem differenciálható* 0*-ban.*

PÉLDA

PÉLDA

Legyen $f(x) = |x|$ *és* $x_0 = 0$. *Ekkor minden* $x < 0$ *esetén*

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{|x|}{x} = -1$$

és minden $x > 0$ *esetén*

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{|x|}{x} = 1.$$

A féloldali differenciálhányadosok léteznek 0*-ban, mégpedig* $f'_+(0) = 1$ *és* $f'_-(0) = -1$. *Az abszolút érték függvény tehát nem differenciálható* 0*-ban.*

PÉLDA

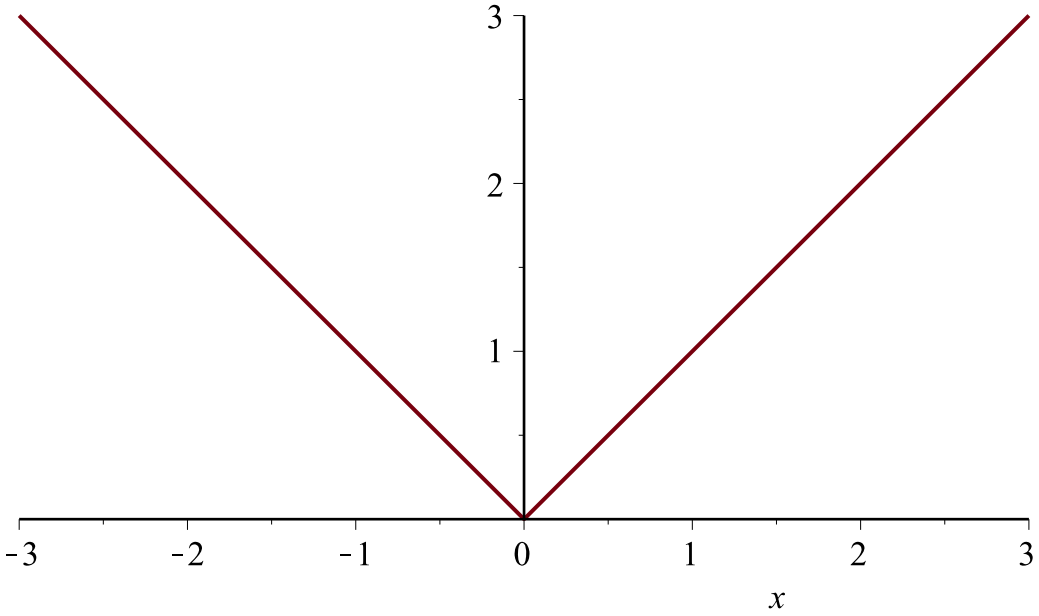


FIGURE: Az $x \mapsto |x|$ függvény grafikonja

A DIFFERENCIÁLHATÓSÁGBÓL KÖVETKEZIK A FOLYTONOSSÁG

TÉTEL

Ha f differenciálható x_0-ban, akkor f folytonos is x_0-ban.

Bizonyítás.

Tegyük fel, hogy f deriválható x_0-ban. Ekkor van olyan $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és f felírható $f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0)$ alakban. De ebből

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = \lim_{x\to x_0} \left(f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0)\right) =$$

$$= f(x_0),$$

tehát f folytonos x_0-ban.

A DIFFERENCIÁLHATÓSÁGBÓL KÖVETKEZIK A FOLYTONOSSÁG

TÉTEL

Ha f differenciálható x_0-ban, akkor f folytonos is x_0-ban.

Bizonyítás.

Tegyük fel, hogy f deriválható x_0-ban. Ekkor van olyan $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és f felírható $f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0)$ alakban. De ebből

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = \lim_{x\to x_0} \left(f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0)\right) =$$

$$= f(x_0),$$

tehát f folytonos x_0-ban.

A DIFFERENCIÁLHATÓSÁGBÓL KÖVETKEZIK A FOLYTONOSSÁG

TÉTEL

Ha f differenciálható x_0-ban, akkor f folytonos is x_0-ban.

Bizonyítás.

Tegyük fel, hogy f deriválható x_0-ban. Ekkor van olyan $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és f felírható $f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0)$ alakban. De ebből

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = \lim_{x\to x_0} \left(f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0)\right) =$$

$$= f(x_0),$$

tehát f folytonos x_0-ban.

A DIFFERENCIÁLHATÓSÁGBÓL KÖVETKEZIK A FOLYTONOSSÁG

TÉTEL

Ha f differenciálható x_0-ban, akkor f folytonos is x_0-ban.

Bizonyítás.

Tegyük fel, hogy f deriválható x_0-ban. Ekkor van olyan $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és f felírható $f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0)$ alakban. De ebből

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = \lim_{x\to x_0} \left(f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0)\right) =$$

$$= f(x_0),$$

tehát f folytonos x_0-ban.

A DIFFERENCIÁLHATÓSÁGBÓL KÖVETKEZIK A FOLYTONOSSÁG

TÉTEL

Ha f differenciálható x_0-ban, akkor f folytonos is x_0-ban.

Bizonyítás.
Tegyük fel, hogy f deriválható x_0-ban. Ekkor van olyan $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és f felírható $f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0)$ alakban. De ebből

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = \lim_{x\to x_0} \left(f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0)\right) =$$

$$= f(x_0),$$

tehát f folytonos x_0-ban.

A DIFFERENCIÁLHATÓSÁGBÓL KÖVETKEZIK A FOLYTONOSSÁG

TÉTEL

Ha f differenciálható x_0-ban, akkor f folytonos is x_0-ban.

Bizonyítás.

Tegyük fel, hogy f deriválható x_0-ban. Ekkor van olyan $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és f felírható $f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0)$ alakban. De ebből

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = \lim_{x\to x_0} \left(f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0)\right) =$$

$$= f(x_0),$$

tehát f folytonos x_0-ban.

A DIFFERENCIÁLHATÓSÁGBÓL KÖVETKEZIK A FOLYTONOSSÁG

TÉTEL

Ha f differenciálható x_0-ban, akkor f folytonos is x_0-ban.

Bizonyítás.
Tegyük fel, hogy f deriválható x_0-ban. Ekkor van olyan $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és f felírható $f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0)$ alakban. De ebből

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = \lim_{x\to x_0} \big(f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0)\big) =$$

$$= f(x_0),$$

tehát f folytonos x_0-ban.

A DIFFERENCIÁLHATÓSÁGBÓL KÖVETKEZIK A FOLYTONOSSÁG

TÉTEL

Ha f differenciálható x_0-ban, akkor f folytonos is x_0-ban.

Bizonyítás.
Tegyük fel, hogy f deriválható x_0-ban. Ekkor van olyan $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és f felírható $f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0)$ alakban. De ebből

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = \lim_{x\to x_0} \big(f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0)\big) =$$

$$= f(x_0),$$

tehát f folytonos x_0-ban.

A DIFFERENCIÁLHATÓSÁGBÓL KÖVETKEZIK A FOLYTONOSSÁG

TÉTEL

Ha f differenciálható x_0-ban, akkor f folytonos is x_0-ban.

Bizonyítás.
Tegyük fel, hogy f deriválható x_0-ban. Ekkor van olyan $\varepsilon(x)$ függvény, melyre $\lim_{x\to x_0} \varepsilon(x) = 0$, és f felírható $f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0)$ alakban. De ebből

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = \lim_{x\to x_0} \big(f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \varepsilon(x)(x - x_0)\big) =$$

$$= f(x_0),$$

tehát f folytonos x_0-ban.

ÖSSZEGFÜGGVÉNY DERIVÁLTJA

TÉTEL

Ha f, g deriválhatóak x_0-ban és $c \in \mathbb{R}$, akkor $f+g$ és cf is, és $(f+g)'(x_0) = f'(x_0) + g'(x_0)$, $(cf)'(x_0) = cf'(x_0)$.

Bizonyítás.

$$(f+g)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{(f+g)(x) - (f+g)(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} +$$

$$+ \lim_{x \to x_0} \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0) + g'(x_0).$$

$$(cf)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{cf(x) - cf(x_0)}{x - x_0} = c \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = cf'(x_0).$$

ÖSSZEGFÜGGVÉNY DERIVÁLTJA

TÉTEL

Ha f, g deriválhatóak x_0-ban és $c \in \mathbb{R}$, akkor $f+g$ és cf is, és $(f+g)'(x_0) = f'(x_0) + g'(x_0)$, $(cf)'(x_0) = cf'(x_0)$.

Bizonyítás.

$$(f+g)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{(f+g)(x) - (f+g)(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} +$$

$$+ \lim_{x \to x_0} \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0) + g'(x_0).$$

$$(cf)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{cf(x) - cf(x_0)}{x - x_0} = c \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = cf'(x_0).$$

ÖSSZEGFÜGGVÉNY DERIVÁLTJA

TÉTEL

Ha f, g deriválhatóak x_0-ban és $c \in \mathbb{R}$, akkor $f + g$ és cf is, és $(f+g)'(x_0) = f'(x_0) + g'(x_0)$, $(cf)'(x_0) = cf'(x_0)$.

Bizonyítás.

$$(f+g)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{(f+g)(x) - (f+g)(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} +$$

$$+ \lim_{x \to x_0} \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0) + g'(x_0).$$

$$(cf)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{cf(x) - cf(x_0)}{x - x_0} = c \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = cf'(x_0).$$

ÖSSZEGFÜGGVÉNY DERIVÁLTJA

TÉTEL

Ha f, g deriválhatóak x_0-ban és $c \in \mathbb{R}$, akkor $f+g$ és cf is, és $(f+g)'(x_0) = f'(x_0) + g'(x_0)$, $(cf)'(x_0) = cf'(x_0)$.

Bizonyítás.

$$(f+g)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{(f+g)(x) - (f+g)(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} +$$

$$+ \lim_{x \to x_0} \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0) + g'(x_0).$$

$$(cf)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{cf(x) - cf(x_0)}{x - x_0} = c \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = cf'(x_0).$$

ÖSSZEGFÜGGVÉNY DERIVÁLTJA

TÉTEL

Ha f, g deriválhatóak x_0-ban és $c \in \mathbb{R}$, akkor $f+g$ és cf is, és $(f+g)'(x_0) = f'(x_0) + g'(x_0)$, $(cf)'(x_0) = cf'(x_0)$.

Bizonyítás.

$$(f+g)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{(f+g)(x) - (f+g)(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} +$$

$$+ \lim_{x \to x_0} \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0) + g'(x_0).$$

$$(cf)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{cf(x) - cf(x_0)}{x - x_0} = c \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = cf'(x_0).$$

ÖSSZEGFÜGGVÉNY DERIVÁLTJA

TÉTEL

Ha f, g deriválhatóak x_0-ban és $c \in \mathbb{R}$, akkor $f+g$ és cf is, és $(f+g)'(x_0) = f'(x_0) + g'(x_0)$, $(cf)'(x_0) = cf'(x_0)$.

Bizonyítás.

$$(f+g)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{(f+g)(x) - (f+g)(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} +$$

$$+ \lim_{x \to x_0} \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0) + g'(x_0).$$

$$(cf)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{cf(x) - cf(x_0)}{x - x_0} = c \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = cf'(x_0).$$

ÖSSZEGFÜGGVÉNY DERIVÁLTJA

TÉTEL

Ha f, g deriválhatóak x_0-ban és $c \in \mathbb{R}$, akkor $f+g$ és cf is, és $(f+g)'(x_0) = f'(x_0) + g'(x_0)$, $(cf)'(x_0) = cf'(x_0)$.

Bizonyítás.

$$(f+g)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{(f+g)(x) - (f+g)(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} +$$

$$+ \lim_{x \to x_0} \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0) + g'(x_0).$$

$$(cf)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{cf(x) - cf(x_0)}{x - x_0} = c \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = cf'(x_0).$$

ÖSSZEGFÜGGVÉNY DERIVÁLTJA

TÉTEL

Ha f, g deriválhatóak x_0-ban és $c \in \mathbb{R}$, akkor $f+g$ és cf is, és $(f+g)'(x_0) = f'(x_0) + g'(x_0)$, $(cf)'(x_0) = cf'(x_0)$.

Bizonyítás.

$$(f+g)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{(f+g)(x) - (f+g)(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} +$$

$$+ \lim_{x \to x_0} \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0) + g'(x_0).$$

$$(cf)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{cf(x) - cf(x_0)}{x - x_0} = c \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = cf'(x_0).$$

ÖSSZEGFÜGGVÉNY DERIVÁLTJA

TÉTEL

Ha f, g deriválhatóak x_0-ban és $c \in \mathbb{R}$, akkor $f+g$ és cf is, és $(f+g)'(x_0) = f'(x_0) + g'(x_0)$, $(cf)'(x_0) = cf'(x_0)$.

Bizonyítás.

$$(f+g)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{(f+g)(x) - (f+g)(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} +$$

$$+ \lim_{x \to x_0} \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0) + g'(x_0).$$

$$(cf)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{cf(x) - cf(x_0)}{x - x_0} = c \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = cf'(x_0).$$

ÖSSZEGFÜGGVÉNY DERIVÁLTJA

TÉTEL

Ha f, g deriválhatóak x_0-ban és $c \in \mathbb{R}$, akkor $f+g$ és cf is, és $(f+g)'(x_0) = f'(x_0) + g'(x_0)$, $(cf)'(x_0) = cf'(x_0)$.

Bizonyítás.

$$(f+g)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{(f+g)(x) - (f+g)(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} +$$

$$+ \lim_{x \to x_0} \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0) + g'(x_0).$$

$$(cf)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{cf(x) - cf(x_0)}{x - x_0} = c \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = cf'(x_0).$$

ÖSSZEGFÜGGVÉNY DERIVÁLTJA

TÉTEL

Ha f, g deriválhatóak x_0-ban és $c \in \mathbb{R}$, akkor $f+g$ és cf is, és $(f+g)'(x_0) = f'(x_0) + g'(x_0)$, $(cf)'(x_0) = cf'(x_0)$.

Bizonyítás.

$$(f+g)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{(f+g)(x) - (f+g)(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} +$$

$$+ \lim_{x \to x_0} \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0) + g'(x_0).$$

$$(cf)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{cf(x) - cf(x_0)}{x - x_0} = c \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = cf'(x_0).$$

SZORZATFÜGGVÉNY DERIVÁLTJA

TÉTEL

Ha f és g differenciálhatók x_0-ban, akkor fg is, és
$(fg)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0)$.

Bizonyítás.

$$(fg)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)g(x) - f(x_0)g(x_0)}{x - x_0} =$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)g(x) - f(x_0)g(x) + f(x_0)g(x) - f(x_0)g(x_0)}{x - x_0} =$$

$$\lim_{x \to x_0} \left(\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} g(x) + f(x_0) \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \right) =$$

$$= f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0),$$

ahol a $\lim_{x \to x_0} g(x) = g(x_0)$ egyenlőség azért igaz, mert g deriválható x_0-ban, tehát folytonos is.

SZORZATFÜGGVÉNY DERIVÁLTJA

TÉTEL

Ha f és g differenciálhatók x_0-ban, akkor fg is, és $(fg)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0)$.

Bizonyítás.

$$(fg)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)g(x) - f(x_0)g(x_0)}{x - x_0} =$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)g(x) - f(x_0)g(x) + f(x_0)g(x) - f(x_0)g(x_0)}{x - x_0} =$$

$$\lim_{x \to x_0} \left(\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} g(x) + f(x_0) \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \right) =$$

$$= f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0),$$

ahol a $\lim_{x \to x_0} g(x) = g(x_0)$ egyenlőség azért igaz, mert g deriválható x_0-ban, tehát folytonos is.

SZORZATFÜGGVÉNY DERIVÁLTJA

TÉTEL

Ha f és g differenciálhatók x_0-ban, akkor fg is, és $(fg)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0)$.

Bizonyítás.

$$(fg)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)g(x) - f(x_0)g(x_0)}{x - x_0} =$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)g(x) - f(x_0)g(x) + f(x_0)g(x) - f(x_0)g(x_0)}{x - x_0} =$$

$$\lim_{x \to x_0} \left(\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} g(x) + f(x_0) \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \right) =$$

$$= f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0),$$

ahol a $\lim_{x \to x_0} g(x) = g(x_0)$ egyenlőség azért igaz, mert g deriválható x_0-ban, tehát folytonos is.

SZORZATFÜGGVÉNY DERIVÁLTJA

TÉTEL

Ha f és g differenciálhatók x_0-ban, akkor fg is, és $(fg)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0)$.

Bizonyítás.

$$(fg)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)g(x) - f(x_0)g(x_0)}{x - x_0} =$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)g(x) - f(x_0)g(x) + f(x_0)g(x) - f(x_0)g(x_0)}{x - x_0} =$$

$$\lim_{x \to x_0} \left(\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} g(x) + f(x_0) \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \right) =$$

$$= f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0),$$

ahol a $\lim_{x \to x_0} g(x) = g(x_0)$ egyenlőség azért igaz, mert g deriválható x_0-ban, tehát folytonos is.

SZORZATFÜGGVÉNY DERIVÁLTJA

TÉTEL

Ha f és g differenciálhatók x_0-ban, akkor fg is, és $(fg)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0)$.

Bizonyítás.

$$(fg)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)g(x) - f(x_0)g(x_0)}{x - x_0} =$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)g(x) - f(x_0)g(x) + f(x_0)g(x) - f(x_0)g(x_0)}{x - x_0} =$$

$$\lim_{x \to x_0} \left(\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} g(x) + f(x_0) \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \right) =$$

$$= f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0),$$

ahol a $\lim_{x \to x_0} g(x) = g(x_0)$ egyenlőség azért igaz, mert g deriválható x_0-ban, tehát folytonos is.

SZORZATFÜGGVÉNY DERIVÁLTJA

TÉTEL

Ha f és g differenciálhatók x_0-ban, akkor fg is, és $(fg)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0)$.

Bizonyítás.

$$(fg)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)g(x) - f(x_0)g(x_0)}{x - x_0} =$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)g(x) - f(x_0)g(x) + f(x_0)g(x) - f(x_0)g(x_0)}{x - x_0} =$$

$$\lim_{x \to x_0} \left(\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} g(x) + f(x_0) \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \right) =$$

$$= f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0),$$

ahol a $\lim_{x \to x_0} g(x) = g(x_0)$ egyenlőség azért igaz, mert g deriválható x_0-ban, tehát folytonos is.

SZORZATFÜGGVÉNY DERIVÁLTJA

TÉTEL

Ha f és g differenciálhatók x_0-ban, akkor fg is, és $(fg)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0)$.

Bizonyítás.

$$(fg)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)g(x) - f(x_0)g(x_0)}{x - x_0} =$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)g(x) - f(x_0)g(x) + f(x_0)g(x) - f(x_0)g(x_0)}{x - x_0} =$$

$$\lim_{x \to x_0} \left(\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} g(x) + f(x_0) \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \right) =$$

$$= f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0),$$

ahol a $\lim_{x \to x_0} g(x) = g(x_0)$ egyenlőség azért igaz, mert g deriválható x_0-ban, tehát folytonos is.

SZORZATFÜGGVÉNY DERIVÁLTJA

TÉTEL

Ha f és g differenciálhatók x_0-ban, akkor fg is, és $(fg)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0)$.

Bizonyítás.

$$(fg)'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)g(x) - f(x_0)g(x_0)}{x - x_0} =$$

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)g(x) - f(x_0)g(x) + f(x_0)g(x) - f(x_0)g(x_0)}{x - x_0} =$$

$$\lim_{x \to x_0} \left(\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} g(x) + f(x_0) \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \right) =$$

$$= f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0),$$

ahol a $\lim_{x \to x_0} g(x) = g(x_0)$ egyenlőség azért igaz, mert g deriválható x_0-ban, tehát folytonos is.

HÁNYADOSFÜGGVÉNY DERIVÁLTJA

TÉTEL

Ha f és g differenciálhatók x_0-ban, továbbá $g(x_0) \neq 0$, akkor $\frac{f}{g}$ is, és

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x_0) = \frac{f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)}{g^2(x_0)}.$$

Speciálisan:

$$\left(\frac{1}{g}\right)'(x_0) = -\frac{g'(x_0)}{g^2(x_0)}.$$

Az állítás az előző tételhez hasonlóan igazolható.

HÁNYADOSFÜGGVÉNY DERIVÁLTJA

TÉTEL

Ha f és g differenciálhatók x_0-ban, továbbá $g(x_0) \neq 0$, akkor $\frac{f}{g}$ is, és

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x_0) = \frac{f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)}{g^2(x_0)}.$$

Speciálisan:

$$\left(\frac{1}{g}\right)'(x_0) = -\frac{g'(x_0)}{g^2(x_0)}.$$

Az állítás az előző tételhez hasonlóan igazolható.

HÁNYADOSFÜGGVÉNY DERIVÁLTJA

TÉTEL

Ha f és g differenciálhatók x_0-ban, továbbá $g(x_0) \neq 0$, akkor $\frac{f}{g}$ is, és

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x_0) = \frac{f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)}{g^2(x_0)}.$$

Speciálisan:

$$\left(\frac{1}{g}\right)'(x_0) = -\frac{g'(x_0)}{g^2(x_0)}.$$

Az állítás az előző tételhez hasonlóan igazolható.

HÁNYADOSFÜGGVÉNY DERIVÁLTJA

TÉTEL

Ha f és g differenciálhatók x_0-ban, továbbá $g(x_0) \neq 0$, akkor $\frac{f}{g}$ is, és

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x_0) = \frac{f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)}{g^2(x_0)}.$$

Speciálisan:

$$\left(\frac{1}{g}\right)'(x_0) = -\frac{g'(x_0)}{g^2(x_0)}.$$

Az állítás az előző tételhez hasonlóan igazolható.

ÖSSZETETT FÜGGVÉNYEK DERIVÁLÁSA (LÁNCSZABÁLY)

TÉTEL

Ha g differenciálható x_0-ban és f differenciálható $g(x_0)$-ban, akkor $f \circ g$ is differenciálható x_0-ban, és

$$(f \circ g)'(x_0) = f'(g(x_0))g'(x_0).$$

Bizonyítás. Vezessük be az $y = g(x)$, $y_0 = g(x_0)$ jelöléseket. Ekkor $x \to x_0$ esetén $g(x) = y \to g(x_0) = y_0$, mert g folytonos x_0-ban, így:

$$\frac{(f \circ g)(x) - (f \circ g)(x_0)}{x - x_0} = \frac{f(y) - f(y_0)}{x - x_0} = \frac{f(y) - f(y_0)}{y - y_0} \cdot \frac{y - y_0}{x - x_0} =$$

$$= \frac{f(y) - f(y_0)}{y - y_0} \cdot \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \to f'(y_0)g'(x_0) = f'(g(x_0))g'(x_0),$$

ha $x \to x_0$.

ÖSSZETETT FÜGGVÉNYEK DERIVÁLÁSA (LÁNCSZABÁLY)

TÉTEL

Ha g differenciálható x_0-ban és f differenciálható $g(x_0)$-ban, akkor $f \circ g$ is differenciálható x_0-ban, és

$$(f \circ g)'(x_0) = f'(g(x_0))g'(x_0).$$

Bizonyítás. Vezessük be az $y = g(x)$, $y_0 = g(x_0)$ jelöléseket. Ekkor $x \to x_0$ esetén $g(x) = y \to g(x_0) = y_0$, mert g folytonos x_0-ban, így:

$$\frac{(f \circ g)(x) - (f \circ g)(x_0)}{x - x_0} = \frac{f(y) - f(y_0)}{x - x_0} = \frac{f(y) - f(y_0)}{y - y_0} \cdot \frac{y - y_0}{x - x_0} =$$

$$= \frac{f(y) - f(y_0)}{y - y_0} \cdot \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \to f'(y_0)g'(x_0) = f'(g(x_0))g'(x_0),$$

ha $x \to x_0$.

ÖSSZETETT FÜGGVÉNYEK DERIVÁLÁSA (LÁNCSZABÁLY)

TÉTEL

Ha g differenciálható x_0-ban és f differenciálható $g(x_0)$-ban, akkor $f \circ g$ is differenciálható x_0-ban, és

$$(f \circ g)'(x_0) = f'(g(x_0))g'(x_0).$$

Bizonyítás. Vezessük be az $y = g(x)$, $y_0 = g(x_0)$ jelöléseket. Ekkor $x \to x_0$ esetén $g(x) = y \to g(x_0) = y_0$, mert g folytonos x_0-ban, így:

$$\frac{(f \circ g)(x) - (f \circ g)(x_0)}{x - x_0} = \frac{f(y) - f(y_0)}{x - x_0} = \frac{f(y) - f(y_0)}{y - y_0} \cdot \frac{y - y_0}{x - x_0} =$$

$$= \frac{f(y) - f(y_0)}{y - y_0} \cdot \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \to f'(y_0)g'(x_0) = f'(g(x_0))g'(x_0),$$

ha $x \to x_0$.

ÖSSZETETT FÜGGVÉNYEK DERIVÁLÁSA (LÁNCSZABÁLY)

TÉTEL

Ha g differenciálható x_0-ban és f differenciálható $g(x_0)$-ban, akkor $f \circ g$ is differenciálható x_0-ban, és

$$(f \circ g)'(x_0) = f'(g(x_0))g'(x_0).$$

Bizonyítás. Vezessük be az $y = g(x)$, $y_0 = g(x_0)$ jelöléseket. Ekkor $x \to x_0$ esetén $g(x) = y \to g(x_0) = y_0$, mert g folytonos x_0-ban, így:

$$\frac{(f \circ g)(x) - (f \circ g)(x_0)}{x - x_0} = \frac{f(y) - f(y_0)}{x - x_0} = \frac{f(y) - f(y_0)}{y - y_0} \cdot \frac{y - y_0}{x - x_0} =$$

$$= \frac{f(y) - f(y_0)}{y - y_0} \cdot \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \to f'(y_0)g'(x_0) = f'(g(x_0))g'(x_0),$$

ha $x \to x_0$.

ÖSSZETETT FÜGGVÉNYEK DERIVÁLÁSA (LÁNCSZABÁLY)

TÉTEL

Ha g differenciálható x_0-ban és f differenciálható $g(x_0)$-ban, akkor $f \circ g$ is differenciálható x_0-ban, és

$$(f \circ g)'(x_0) = f'(g(x_0))g'(x_0).$$

Bizonyítás. Vezessük be az $y = g(x)$, $y_0 = g(x_0)$ jelöléseket. Ekkor $x \to x_0$ esetén $g(x) = y \to g(x_0) = y_0$, mert g folytonos x_0-ban, így:

$$\frac{(f \circ g)(x) - (f \circ g)(x_0)}{x - x_0} = \frac{f(y) - f(y_0)}{x - x_0} = \frac{f(y) - f(y_0)}{y - y_0} \cdot \frac{y - y_0}{x - x_0} =$$

$$= \frac{f(y) - f(y_0)}{y - y_0} \cdot \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \to f'(y_0)g'(x_0) = f'(g(x_0))g'(x_0),$$

ha $x \to x_0$.

ÖSSZETETT FÜGGVÉNYEK DERIVÁLÁSA (LÁNCSZABÁLY)

TÉTEL

Ha g differenciálható x_0-ban és f differenciálható $g(x_0)$-ban, akkor $f \circ g$ is differenciálható x_0-ban, és

$$(f \circ g)'(x_0) = f'(g(x_0))g'(x_0).$$

Bizonyítás. Vezessük be az $y = g(x)$, $y_0 = g(x_0)$ jelöléseket. Ekkor $x \to x_0$ esetén $g(x) = y \to g(x_0) = y_0$, mert g folytonos x_0-ban, így:

$$\frac{(f \circ g)(x) - (f \circ g)(x_0)}{x - x_0} = \frac{f(y) - f(y_0)}{x - x_0} = \frac{f(y) - f(y_0)}{y - y_0} \cdot \frac{y - y_0}{x - x_0} =$$

$$= \frac{f(y) - f(y_0)}{y - y_0} \cdot \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \to f'(y_0)g'(x_0) = f'(g(x_0))g'(x_0),$$

ha $x \to x_0$.

ÖSSZETETT FÜGGVÉNYEK DERIVÁLÁSA (LÁNCSZABÁLY)

TÉTEL

Ha g differenciálható x_0-ban és f differenciálható $g(x_0)$-ban, akkor $f \circ g$ is differenciálható x_0-ban, és

$$(f \circ g)'(x_0) = f'(g(x_0))g'(x_0).$$

Bizonyítás. Vezessük be az $y = g(x)$, $y_0 = g(x_0)$ jelöléseket. Ekkor $x \to x_0$ esetén $g(x) = y \to g(x_0) = y_0$, mert g folytonos x_0-ban, így:

$$\frac{(f \circ g)(x) - (f \circ g)(x_0)}{x - x_0} = \frac{f(y) - f(y_0)}{x - x_0} = \frac{f(y) - f(y_0)}{y - y_0} \cdot \frac{y - y_0}{x - x_0} =$$

$$= \frac{f(y) - f(y_0)}{y - y_0} \cdot \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \to f'(y_0)g'(x_0) = f'(g(x_0))g'(x_0),$$

ha $x \to x_0$.

ÖSSZETETT FÜGGVÉNYEK DERIVÁLÁSA (LÁNCSZABÁLY)

TÉTEL

Ha g differenciálható x_0-ban és f differenciálható $g(x_0)$-ban, akkor $f \circ g$ is differenciálható x_0-ban, és

$$(f \circ g)'(x_0) = f'(g(x_0))g'(x_0).$$

Bizonyítás. Vezessük be az $y = g(x)$, $y_0 = g(x_0)$ jelöléseket. Ekkor $x \to x_0$ esetén $g(x) = y \to g(x_0) = y_0$, mert g folytonos x_0-ban, így:

$$\frac{(f \circ g)(x) - (f \circ g)(x_0)}{x - x_0} = \frac{f(y) - f(y_0)}{x - x_0} = \frac{f(y) - f(y_0)}{y - y_0} \cdot \frac{y - y_0}{x - x_0} =$$

$$= \frac{f(y) - f(y_0)}{y - y_0} \cdot \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \to f'(y_0)g'(x_0) = f'(g(x_0))g'(x_0),$$

ha $x \to x_0$.

ÖSSZETETT FÜGGVÉNYEK DERIVÁLÁSA (LÁNCSZABÁLY)

TÉTEL

Ha g differenciálható x_0-ban és f differenciálható $g(x_0)$-ban, akkor $f \circ g$ is differenciálható x_0-ban, és

$$(f \circ g)'(x_0) = f'(g(x_0))g'(x_0).$$

Bizonyítás. Vezessük be az $y = g(x)$, $y_0 = g(x_0)$ jelöléseket. Ekkor $x \to x_0$ esetén $g(x) = y \to g(x_0) = y_0$, mert g folytonos x_0-ban, így:

$$\frac{(f \circ g)(x) - (f \circ g)(x_0)}{x - x_0} = \frac{f(y) - f(y_0)}{x - x_0} = \frac{f(y) - f(y_0)}{y - y_0} \cdot \frac{y - y_0}{x - x_0} =$$

$$= \frac{f(y) - f(y_0)}{y - y_0} \cdot \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \to f'(y_0)g'(x_0) = f'(g(x_0))g'(x_0),$$

ha $x \to x_0$.

ÖSSZETETT FÜGGVÉNYEK DERIVÁLÁSA (LÁNCSZABÁLY)

TÉTEL

Ha g differenciálható x_0-ban és f differenciálható $g(x_0)$-ban, akkor $f \circ g$ is differenciálható x_0-ban, és

$$(f \circ g)'(x_0) = f'(g(x_0))g'(x_0).$$

Bizonyítás. Vezessük be az $y = g(x)$, $y_0 = g(x_0)$ jelöléseket. Ekkor $x \to x_0$ esetén $g(x) = y \to g(x_0) = y_0$, mert g folytonos x_0-ban, így:

$$\frac{(f \circ g)(x) - (f \circ g)(x_0)}{x - x_0} = \frac{f(y) - f(y_0)}{x - x_0} = \frac{f(y) - f(y_0)}{y - y_0} \cdot \frac{y - y_0}{x - x_0} =$$

$$= \frac{f(y) - f(y_0)}{y - y_0} \cdot \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \to f'(y_0)g'(x_0) = f'(g(x_0))g'(x_0),$$

ha $x \to x_0$.

ÖSSZETETT FÜGGVÉNYEK DERIVÁLÁSA (LÁNCSZABÁLY)

TÉTEL

Ha g differenciálható x_0-ban és f differenciálható $g(x_0)$-ban, akkor $f \circ g$ is differenciálható x_0-ban, és

$$(f \circ g)'(x_0) = f'(g(x_0))g'(x_0).$$

Bizonyítás. Vezessük be az $y = g(x)$, $y_0 = g(x_0)$ jelöléseket. Ekkor $x \to x_0$ esetén $g(x) = y \to g(x_0) = y_0$, mert g folytonos x_0-ban, így:

$$\frac{(f \circ g)(x) - (f \circ g)(x_0)}{x - x_0} = \frac{f(y) - f(y_0)}{x - x_0} = \frac{f(y) - f(y_0)}{y - y_0} \cdot \frac{y - y_0}{x - x_0} =$$

$$= \frac{f(y) - f(y_0)}{y - y_0} \cdot \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \to f'(y_0)g'(x_0) = f'(g(x_0))g'(x_0),$$

ha $x \to x_0$.

ÖSSZETETT FÜGGVÉNYEK DERIVÁLÁSA (LÁNCSZABÁLY)

TÉTEL

Ha g differenciálható x_0-ban és f differenciálható $g(x_0)$-ban, akkor $f \circ g$ is differenciálható x_0-ban, és

$$(f \circ g)'(x_0) = f'(g(x_0))g'(x_0).$$

Bizonyítás. Vezessük be az $y = g(x)$, $y_0 = g(x_0)$ jelöléseket. Ekkor $x \to x_0$ esetén $g(x) = y \to g(x_0) = y_0$, mert g folytonos x_0-ban, így:

$$\frac{(f \circ g)(x) - (f \circ g)(x_0)}{x - x_0} = \frac{f(y) - f(y_0)}{x - x_0} = \frac{f(y) - f(y_0)}{y - y_0} \cdot \frac{y - y_0}{x - x_0} =$$

$$= \frac{f(y) - f(y_0)}{y - y_0} \cdot \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \to f'(y_0)g'(x_0) = f'(g(x_0))g'(x_0),$$

ha $x \to x_0$.

ÖSSZETETT FÜGGVÉNYEK DERIVÁLÁSA (LÁNCSZABÁLY)

TÉTEL

Ha g differenciálható x_0-ban és f differenciálható $g(x_0)$-ban, akkor $f \circ g$ is differenciálható x_0-ban, és

$$(f \circ g)'(x_0) = f'(g(x_0))g'(x_0).$$

Bizonyítás. Vezessük be az $y = g(x)$, $y_0 = g(x_0)$ jelöléseket. Ekkor $x \to x_0$ esetén $g(x) = y \to g(x_0) = y_0$, mert g folytonos x_0-ban, így:

$$\frac{(f \circ g)(x) - (f \circ g)(x_0)}{x - x_0} = \frac{f(y) - f(y_0)}{x - x_0} = \frac{f(y) - f(y_0)}{y - y_0} \cdot \frac{y - y_0}{x - x_0} =$$

$$= \frac{f(y) - f(y_0)}{y - y_0} \cdot \frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0} \to f'(y_0)g'(x_0) = f'(g(x_0))g'(x_0),$$

ha $x \to x_0$.

INVERZ FÜGGVÉNY DIFFERENCIÁLHÁNYADOSA

TÉTEL

Ha g differenciálható x_0-ban és $g'(x_0) \neq 0$, továbbá g-nek létezik g^{-1} inverze $g(x_0)$ egy környezetében, akkor g^{-1} is differenciálható $g(x_0)$-ban és

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)}.$$

Bizonyítás. Alkalmazzuk a láncszabályt $f = g^{-1}$ választással: ekkor $(g^{-1} \circ g)(x) = x$ miatt

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0))g'(x_0) = 1,$$

ahol használtuk az $(x)' = 1$ azonosságot.

INVERZ FÜGGVÉNY DIFFERENCIÁLHÁNYADOSA

TÉTEL

Ha g differenciálható x_0-ban és $g'(x_0) \neq 0$, továbbá g-nek létezik g^{-1} inverze $g(x_0)$ egy környezetében, akkor g^{-1} is differenciálható $g(x_0)$-ban és

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)}.$$

Bizonyítás. Alkalmazzuk a láncszabályt $f = g^{-1}$ választással: ekkor $(g^{-1} \circ g)(x) = x$ miatt

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0))g'(x_0) = 1,$$

ahol használtuk az $(x)' = 1$ azonosságot.

INVERZ FÜGGVÉNY DIFFERENCIÁLHÁNYADOSA

TÉTEL

Ha g differenciálható x_0-ban és $g'(x_0) \neq 0$, továbbá g-nek létezik g^{-1} inverze $g(x_0)$ egy környezetében, akkor g^{-1} is differenciálható $g(x_0)$-ban és

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)}.$$

Bizonyítás. Alkalmazzuk a láncszabályt $f = g^{-1}$ választással: ekkor $(g^{-1} \circ g)(x) = x$ miatt

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0))g'(x_0) = 1,$$

ahol használtuk az $(x)' = 1$ azonosságot.

INVERZ FÜGGVÉNY DIFFERENCIÁLHÁNYADOSA

TÉTEL

Ha g differenciálható x_0-ban és $g'(x_0) \neq 0$, továbbá g-nek létezik g^{-1} inverze $g(x_0)$ egy környezetében, akkor g^{-1} is differenciálható $g(x_0)$-ban és

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)}.$$

Bizonyítás. Alkalmazzuk a láncszabályt $f = g^{-1}$ választással: ekkor $(g^{-1} \circ g)(x) = x$ miatt

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0))g'(x_0) = 1,$$

ahol használtuk az $(x)' = 1$ azonosságot.

INVERZ FÜGGVÉNY DIFFERENCIÁLHÁNYADOSA

TÉTEL

Ha g differenciálható x_0-ban és $g'(x_0) \neq 0$, továbbá g-nek létezik g^{-1} inverze $g(x_0)$ egy környezetében, akkor g^{-1} is differenciálható $g(x_0)$-ban és

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)}.$$

Bizonyítás. Alkalmazzuk a láncszabályt $f = g^{-1}$ választással: ekkor $(g^{-1} \circ g)(x) = x$ miatt

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0))g'(x_0) = 1,$$

ahol használtuk az $(x)' = 1$ azonosságot.

INVERZ FÜGGVÉNY DIFFERENCIÁLHÁNYADOSA

TÉTEL

Ha g differenciálható x_0-ban és $g'(x_0) \neq 0$, továbbá g-nek létezik g^{-1} inverze $g(x_0)$ egy környezetében, akkor g^{-1} is differenciálható $g(x_0)$-ban és

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)}.$$

Bizonyítás. Alkalmazzuk a láncszabályt $f = g^{-1}$ választással: ekkor $(g^{-1} \circ g)(x) = x$ miatt

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0))g'(x_0) = 1,$$

ahol használtuk az $(x)' = 1$ azonosságot.

INVERZ FÜGGVÉNY DIFFERENCIÁLHÁNYADOSA

TÉTEL

Ha g differenciálható x_0-ban és $g'(x_0) \neq 0$, továbbá g-nek létezik g^{-1} inverze $g(x_0)$ egy környezetében, akkor g^{-1} is differenciálható $g(x_0)$-ban és

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)}.$$

Bizonyítás. Alkalmazzuk a láncszabályt $f = g^{-1}$ választással: ekkor $(g^{-1} \circ g)(x) = x$ miatt

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0))g'(x_0) = 1,$$

ahol használtuk az $(x)' = 1$ azonosságot.

INVERZ FÜGGVÉNY DIFFERENCIÁLHÁNYADOSA

TÉTEL

Ha g differenciálható x_0-ban és $g'(x_0) \neq 0$, továbbá g-nek létezik g^{-1} inverze $g(x_0)$ egy környezetében, akkor g^{-1} is differenciálható $g(x_0)$-ban és

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)}.$$

Bizonyítás. Alkalmazzuk a láncszabályt $f = g^{-1}$ választással: ekkor $(g^{-1} \circ g)(x) = x$ miatt

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0))g'(x_0) = 1,$$

ahol használtuk az $(x)' = 1$ azonosságot.

PÉLDÁK

1. $(x^2)' = (x \cdot x)' = x' \cdot x + x \cdot x' = x \cdot 1 + 1 \cdot x = 2x.$
2. $\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)' = \frac{(\sin(x))' \cdot x - \sin(x) \cdot x'}{x^2} = \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}.$
3. $(\cos(x))' = \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)' = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)' = \sin(x) \cdot (0 - 1) = -\sin(x).$
4. $(\arcsin(x))' = ?$

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)} \Longrightarrow \left(g^{-1}\right)'(y_0) = \frac{1}{g'(g^{-1}(y_0))},$$

ahol $y_0 = g(x_0)$. Most $(\arcsin(x))' = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$. Tudjuk, hogy $\sin(\arcsin(x)) = x$. Másrészt $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ miatt $\cos t = \pm\sqrt{1 - \sin^2 t}$. De most $t = \arcsin(x) \in [-\pi/2, \pi/2]$, tehát

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(x))}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

PÉLDÁK

1. $(x^2)' = (x \cdot x)' = x' \cdot x + x \cdot x' = x \cdot 1 + 1 \cdot x = 2x.$
2. $\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)' = \frac{(\sin(x))' \cdot x - \sin(x) \cdot x'}{x^2} = \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}.$
3. $(\cos(x))' = \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)' = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)' = \sin(x) \cdot (0 - 1) = -\sin(x).$
4. $(\arcsin(x))' = ?$

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)} \Longrightarrow \left(g^{-1}\right)'(y_0) = \frac{1}{g'(g^{-1}(y_0))},$$

ahol $y_0 = g(x_0)$. Most $(\arcsin(x))' = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$. Tudjuk, hogy $\sin(\arcsin(x)) = x$. Másrészt $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ miatt $\cos t = \pm\sqrt{1 - \sin^2 t}$. De most $t = \arcsin(x) \in [-\pi/2, \pi/2]$, tehát

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(x))}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

PÉLDÁK

1. $(x^2)' = (x \cdot x)' = x' \cdot x + x \cdot x' = x \cdot 1 + 1 \cdot x = 2x.$
2. $\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)' = \frac{(\sin(x))' \cdot x - \sin(x) \cdot x'}{x^2} = \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}.$
3. $(\cos(x))' = \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)' = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)' = \sin(x) \cdot (0 - 1) = -\sin(x).$
4. $(\arcsin(x))' = ?$

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)} \Longrightarrow \left(g^{-1}\right)'(y_0) = \frac{1}{g'(g^{-1}(y_0))},$$

ahol $y_0 = g(x_0)$. Most $(\arcsin(x))' = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$. Tudjuk, hogy $\sin(\arcsin(x)) = x$. Másrészt $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ miatt $\cos t = \pm\sqrt{1 - \sin^2 t}$. De most $t = \arcsin(x) \in [-\pi/2, \pi/2]$, tehát

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(x))}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

PÉLDÁK

1. $(x^2)' = (x \cdot x)' = x' \cdot x + x \cdot x' = x \cdot 1 + 1 \cdot x = 2x.$
2. $\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)' = \frac{(\sin(x))' \cdot x - \sin(x) \cdot x'}{x^2} = \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}.$
3. $(\cos(x))' = \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)' = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)' = \sin(x) \cdot (0 - 1) = -\sin(x).$
4. $(\arcsin(x))' = ?$

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)} \Longrightarrow \left(g^{-1}\right)'(y_0) = \frac{1}{g'(g^{-1}(y_0))},$$

ahol $y_0 = g(x_0)$. Most $(\arcsin(x))' = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$. Tudjuk, hogy $\sin(\arcsin(x)) = x$. Másrészt $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ miatt $\cos t = \pm\sqrt{1 - \sin^2 t}$. De most $t = \arcsin(x) \in [-\pi/2, \pi/2]$, tehát

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(x))}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

PÉLDÁK

1. $(x^2)' = (x \cdot x)' = x' \cdot x + x \cdot x' = x \cdot 1 + 1 \cdot x = 2x.$
2. $\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)' = \frac{(\sin(x))' \cdot x - \sin(x) \cdot x'}{x^2} = \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}.$
3. $(\cos(x))' = \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)' = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)' = \sin(x) \cdot (0 - 1) = -\sin(x).$
4. $(\arcsin(x))' = ?$

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)} \Longrightarrow \left(g^{-1}\right)'(y_0) = \frac{1}{g'(g^{-1}(y_0))},$$

ahol $y_0 = g(x_0)$. Most $(\arcsin(x))' = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$. Tudjuk, hogy $\sin(\arcsin(x)) = x$. Másrészt $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ miatt $\cos t = \pm\sqrt{1 - \sin^2 t}$. De most $t = \arcsin(x) \in [-\pi/2, \pi/2]$, tehát

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(x))}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

PÉLDÁK

1. $(x^2)' = (x \cdot x)' = x' \cdot x + x \cdot x' = x \cdot 1 + 1 \cdot x = 2x.$
2. $\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)' = \frac{(\sin(x))' \cdot x - \sin(x) \cdot x'}{x^2} = \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}.$
3. $(\cos(x))' = \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)' = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)' = \sin(x) \cdot (0 - 1) = -\sin(x).$
4. $(\arcsin(x))' = ?$

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)} \Longrightarrow \left(g^{-1}\right)'(y_0) = \frac{1}{g'(g^{-1}(y_0))},$$

ahol $y_0 = g(x_0)$. Most $(\arcsin(x))' = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$. Tudjuk, hogy $\sin(\arcsin(x)) = x$. Másrészt $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ miatt $\cos t = \pm\sqrt{1 - \sin^2 t}$. De most $t = \arcsin(x) \in [-\pi/2, \pi/2]$, tehát

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(x))}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

PÉLDÁK

1. $(x^2)' = (x \cdot x)' = x' \cdot x + x \cdot x' = x \cdot 1 + 1 \cdot x = 2x.$
2. $\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)' = \frac{(\sin(x))' \cdot x - \sin(x) \cdot x'}{x^2} = \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}.$
3. $(\cos(x))' = \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)' = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)' = \sin(x) \cdot (0 - 1) = -\sin(x).$
4. $(\arcsin(x))' = ?$

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)} \Longrightarrow \left(g^{-1}\right)'(y_0) = \frac{1}{g'(g^{-1}(y_0))},$$

ahol $y_0 = g(x_0)$. Most $(\arcsin(x))' = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$. Tudjuk, hogy $\sin(\arcsin(x)) = x$. Másrészt $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ miatt $\cos t = \pm\sqrt{1 - \sin^2 t}$. De most $t = \arcsin(x) \in [-\pi/2, \pi/2]$, tehát

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(x))}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

PÉLDÁK

1. $(x^2)' = (x \cdot x)' = x' \cdot x + x \cdot x' = x \cdot 1 + 1 \cdot x = 2x.$
2. $\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)' = \frac{(\sin(x))' \cdot x - \sin(x) \cdot x'}{x^2} = \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}.$
3. $(\cos(x))' = \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)' = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)' = \sin(x) \cdot (0 - 1) = -\sin(x).$
4. $(\arcsin(x))' = ?$

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)} \Longrightarrow \left(g^{-1}\right)'(y_0) = \frac{1}{g'(g^{-1}(y_0))},$$

ahol $y_0 = g(x_0)$. Most $(\arcsin(x))' = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$. Tudjuk, hogy $\sin(\arcsin(x)) = x$. Másrészt $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ miatt $\cos t = \pm\sqrt{1 - \sin^2 t}$. De most $t = \arcsin(x) \in [-\pi/2, \pi/2]$, tehát

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(x))}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

PÉLDÁK

1. $(x^2)' = (x \cdot x)' = x' \cdot x + x \cdot x' = x \cdot 1 + 1 \cdot x = 2x.$
2. $\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)' = \frac{(\sin(x))' \cdot x - \sin(x) \cdot x'}{x^2} = \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}.$
3. $(\cos(x))' = \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)' = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)' = \sin(x) \cdot (0 - 1) = -\sin(x).$
4. $(\arcsin(x))' = ?$

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)} \Longrightarrow \left(g^{-1}\right)'(y_0) = \frac{1}{g'(g^{-1}(y_0))},$$

ahol $y_0 = g(x_0)$. Most $(\arcsin(x))' = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$. Tudjuk, hogy $\sin(\arcsin(x)) = x$. Másrészt $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ miatt $\cos t = \pm\sqrt{1 - \sin^2 t}$. De most $t = \arcsin(x) \in [-\pi/2, \pi/2]$, tehát

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(x))}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

PÉLDÁK

1. $(x^2)' = (x \cdot x)' = x' \cdot x + x \cdot x' = x \cdot 1 + 1 \cdot x = 2x.$
2. $\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)' = \frac{(\sin(x))' \cdot x - \sin(x) \cdot x'}{x^2} = \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}.$
3. $(\cos(x))' = \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)' = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)' = \sin(x) \cdot (0 - 1) = -\sin(x).$
4. $(\arcsin(x))' = ?$

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)} \Longrightarrow \left(g^{-1}\right)'(y_0) = \frac{1}{g'(g^{-1}(y_0))},$$

ahol $y_0 = g(x_0)$. Most $(\arcsin(x))' = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$. Tudjuk, hogy $\sin(\arcsin(x)) = x$. Másrészt $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ miatt $\cos t = \pm\sqrt{1 - \sin^2 t}$. De most $t = \arcsin(x) \in [-\pi/2, \pi/2]$, tehát

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(x))}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

PÉLDÁK

1. $(x^2)' = (x \cdot x)' = x' \cdot x + x \cdot x' = x \cdot 1 + 1 \cdot x = 2x.$
2. $\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)' = \frac{(\sin(x))' \cdot x - \sin(x) \cdot x'}{x^2} = \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}.$
3. $(\cos(x))' = \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)' = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)' = \sin(x) \cdot (0 - 1) = -\sin(x).$
4. $(\arcsin(x))' = ?$

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)} \Longrightarrow \left(g^{-1}\right)'(y_0) = \frac{1}{g'(g^{-1}(y_0))},$$

ahol $y_0 = g(x_0)$. Most $(\arcsin(x))' = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$. Tudjuk, hogy $\sin(\arcsin(x)) = x$. Másrészt $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ miatt $\cos t = \pm\sqrt{1 - \sin^2 t}$. De most $t = \arcsin(x) \in [-\pi/2, \pi/2]$, tehát

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(x))}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

PÉLDÁK

1. $(x^2)' = (x \cdot x)' = x' \cdot x + x \cdot x' = x \cdot 1 + 1 \cdot x = 2x.$
2. $\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)' = \frac{(\sin(x))' \cdot x - \sin(x) \cdot x'}{x^2} = \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}.$
3. $(\cos(x))' = \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)' = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)' = \sin(x) \cdot (0 - 1) = -\sin(x).$
4. $(\arcsin(x))' = ?$

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)} \Longrightarrow \left(g^{-1}\right)'(y_0) = \frac{1}{g'(g^{-1}(y_0))},$$

ahol $y_0 = g(x_0)$. Most $(\arcsin(x))' = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$. Tudjuk, hogy $\sin(\arcsin(x)) = x$. Másrészt $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ miatt $\cos t = \pm\sqrt{1 - \sin^2 t}$. De most $t = \arcsin(x) \in [-\pi/2, \pi/2]$, tehát

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(x))}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

PÉLDÁK

1. $(x^2)' = (x \cdot x)' = x' \cdot x + x \cdot x' = x \cdot 1 + 1 \cdot x = 2x.$
2. $\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)' = \frac{(\sin(x))' \cdot x - \sin(x) \cdot x'}{x^2} = \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}.$
3. $(\cos(x))' = \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)' = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)' = \sin(x) \cdot (0 - 1) = -\sin(x).$
4. $(\arcsin(x))' = ?$

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)} \Longrightarrow \left(g^{-1}\right)'(y_0) = \frac{1}{g'(g^{-1}(y_0))},$$

ahol $y_0 = g(x_0)$. Most $(\arcsin(x))' = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$. Tudjuk, hogy $\sin(\arcsin(x)) = x$. Másrészt $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ miatt $\cos t = \pm\sqrt{1 - \sin^2 t}$. De most $t = \arcsin(x) \in [-\pi/2, \pi/2]$, tehát

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(x))}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

PÉLDÁK

1. $(x^2)' = (x \cdot x)' = x' \cdot x + x \cdot x' = x \cdot 1 + 1 \cdot x = 2x.$
2. $\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)' = \frac{(\sin(x))' \cdot x - \sin(x) \cdot x'}{x^2} = \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}.$
3. $(\cos(x))' = \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)' = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)' = \sin(x) \cdot (0 - 1) = -\sin(x).$
4. $(\arcsin(x))' = ?$

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)} \Longrightarrow \left(g^{-1}\right)'(y_0) = \frac{1}{g'(g^{-1}(y_0))},$$

ahol $y_0 = g(x_0)$. Most $(\arcsin(x))' = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$. Tudjuk, hogy $\sin(\arcsin(x)) = x$. Másrészt $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ miatt $\cos t = \pm\sqrt{1 - \sin^2 t}$. De most $t = \arcsin(x) \in [-\pi/2, \pi/2]$, tehát

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(x))}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

PÉLDÁK

1. $(x^2)' = (x \cdot x)' = x' \cdot x + x \cdot x' = x \cdot 1 + 1 \cdot x = 2x.$
2. $\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)' = \frac{(\sin(x))' \cdot x - \sin(x) \cdot x'}{x^2} = \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}.$
3. $(\cos(x))' = \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)' = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)' = \sin(x) \cdot (0 - 1) = -\sin(x).$
4. $(\arcsin(x))' = ?$

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)} \Longrightarrow \left(g^{-1}\right)'(y_0) = \frac{1}{g'(g^{-1}(y_0))},$$

ahol $y_0 = g(x_0)$. Most $(\arcsin(x))' = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$. Tudjuk, hogy $\sin(\arcsin(x)) = x$. Másrészt $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ miatt $\cos t = \pm\sqrt{1 - \sin^2 t}$. De most $t = \arcsin(x) \in [-\pi/2, \pi/2]$, tehát

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(x))}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

PÉLDÁK

1. $(x^2)' = (x \cdot x)' = x' \cdot x + x \cdot x' = x \cdot 1 + 1 \cdot x = 2x.$
2. $\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)' = \frac{(\sin(x))' \cdot x - \sin(x) \cdot x'}{x^2} = \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}.$
3. $(\cos(x))' = \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)' = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)' = \sin(x) \cdot (0 - 1) = -\sin(x).$
4. $(\arcsin(x))' = ?$

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)} \Longrightarrow \left(g^{-1}\right)'(y_0) = \frac{1}{g'(g^{-1}(y_0))},$$

ahol $y_0 = g(x_0)$. Most $(\arcsin(x))' = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$. Tudjuk, hogy $\sin(\arcsin(x)) = x$. Másrészt $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ miatt $\cos t = \pm\sqrt{1 - \sin^2 t}$. De most $t = \arcsin(x) \in [-\pi/2, \pi/2]$, tehát

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(x))}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

PÉLDÁK

1. $(x^2)' = (x \cdot x)' = x' \cdot x + x \cdot x' = x \cdot 1 + 1 \cdot x = 2x.$
2. $\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)' = \frac{(\sin(x))' \cdot x - \sin(x) \cdot x'}{x^2} = \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}.$
3. $(\cos(x))' = \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)' = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)' = \sin(x) \cdot (0 - 1) = -\sin(x).$
4. $(\arcsin(x))' = ?$

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)} \Longrightarrow \left(g^{-1}\right)'(y_0) = \frac{1}{g'(g^{-1}(y_0))},$$

ahol $y_0 = g(x_0)$. Most $(\arcsin(x))' = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$. Tudjuk, hogy $\sin(\arcsin(x)) = x$. Másrészt $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ miatt $\cos t = \pm\sqrt{1 - \sin^2 t}$. De most $t = \arcsin(x) \in [-\pi/2, \pi/2]$, tehát

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(x))}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

PÉLDÁK

1. $(x^2)' = (x \cdot x)' = x' \cdot x + x \cdot x' = x \cdot 1 + 1 \cdot x = 2x.$
2. $\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)' = \frac{(\sin(x))' \cdot x - \sin(x) \cdot x'}{x^2} = \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}.$
3. $(\cos(x))' = \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)' = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)' = \sin(x) \cdot (0 - 1) = -\sin(x).$
4. $(\arcsin(x))' = ?$

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)} \Longrightarrow \left(g^{-1}\right)'(y_0) = \frac{1}{g'(g^{-1}(y_0))},$$

ahol $y_0 = g(x_0)$. Most $(\arcsin(x))' = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$. Tudjuk, hogy $\sin(\arcsin(x)) = x$. Másrészt $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ miatt $\cos t = \pm\sqrt{1 - \sin^2 t}$. De most $t = \arcsin(x) \in [-\pi/2, \pi/2]$, tehát

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(x))}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

PÉLDÁK

1. $(x^2)' = (x \cdot x)' = x' \cdot x + x \cdot x' = x \cdot 1 + 1 \cdot x = 2x.$
2. $\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)' = \frac{(\sin(x))' \cdot x - \sin(x) \cdot x'}{x^2} = \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}.$
3. $(\cos(x))' = \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)' = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)' = \sin(x) \cdot (0 - 1) = -\sin(x).$
4. $(\arcsin(x))' = ?$

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)} \Longrightarrow \left(g^{-1}\right)'(y_0) = \frac{1}{g'(g^{-1}(y_0))},$$

ahol $y_0 = g(x_0)$. Most $(\arcsin(x))' = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$. Tudjuk, hogy $\sin(\arcsin(x)) = x$. Másrészt $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ miatt $\cos t = \pm\sqrt{1 - \sin^2 t}$. De most $t = \arcsin(x) \in [-\pi/2, \pi/2]$, tehát

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(x))}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

PÉLDÁK

1. $(x^2)' = (x \cdot x)' = x' \cdot x + x \cdot x' = x \cdot 1 + 1 \cdot x = 2x.$
2. $\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)' = \frac{(\sin(x))' \cdot x - \sin(x) \cdot x'}{x^2} = \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}.$
3. $(\cos(x))' = \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)' = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)' = \sin(x) \cdot (0 - 1) = -\sin(x).$
4. $(\arcsin(x))' = ?$

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)} \Longrightarrow \left(g^{-1}\right)'(y_0) = \frac{1}{g'(g^{-1}(y_0))},$$

ahol $y_0 = g(x_0)$. Most $(\arcsin(x))' = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$. Tudjuk, hogy $\sin(\arcsin(x)) = x$. Másrészt $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ miatt $\cos t = \pm\sqrt{1 - \sin^2 t}$. De most $t = \arcsin(x) \in [-\pi/2, \pi/2]$, tehát

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(x))}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

PÉLDÁK

1. $(x^2)' = (x \cdot x)' = x' \cdot x + x \cdot x' = x \cdot 1 + 1 \cdot x = 2x.$
2. $\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)' = \frac{(\sin(x))' \cdot x - \sin(x) \cdot x'}{x^2} = \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}.$
3. $(\cos(x))' = \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)' = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)' = \sin(x) \cdot (0 - 1) = -\sin(x).$
4. $(\arcsin(x))' = ?$

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)} \Longrightarrow \left(g^{-1}\right)'(y_0) = \frac{1}{g'(g^{-1}(y_0))},$$

ahol $y_0 = g(x_0)$. Most $(\arcsin(x))' = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$. Tudjuk, hogy $\sin(\arcsin(x)) = x$. Másrészt $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ miatt $\cos t = \pm\sqrt{1 - \sin^2 t}$. De most $t = \arcsin(x) \in [-\pi/2, \pi/2]$, tehát

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(x))}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

PÉLDÁK

1. $(x^2)' = (x \cdot x)' = x' \cdot x + x \cdot x' = x \cdot 1 + 1 \cdot x = 2x.$
2. $\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)' = \frac{(\sin(x))' \cdot x - \sin(x) \cdot x'}{x^2} = \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}.$
3. $(\cos(x))' = \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)' = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)' = \sin(x) \cdot (0 - 1) = -\sin(x).$
4. $(\arcsin(x))' = ?$

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)} \Longrightarrow \left(g^{-1}\right)'(y_0) = \frac{1}{g'(g^{-1}(y_0))},$$

ahol $y_0 = g(x_0)$. Most $(\arcsin(x))' = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$. Tudjuk, hogy $\sin(\arcsin(x)) = x$. Másrészt $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ miatt $\cos t = \pm\sqrt{1 - \sin^2 t}$. De most $t = \arcsin(x) \in [-\pi/2, \pi/2]$, tehát

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(x))}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

PÉLDÁK

1. $(x^2)' = (x \cdot x)' = x' \cdot x + x \cdot x' = x \cdot 1 + 1 \cdot x = 2x.$
2. $\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)' = \frac{(\sin(x))' \cdot x - \sin(x) \cdot x'}{x^2} = \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}.$
3. $(\cos(x))' = \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)' = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)' = \sin(x) \cdot (0 - 1) = -\sin(x).$
4. $(\arcsin(x))' = ?$

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)} \Longrightarrow \left(g^{-1}\right)'(y_0) = \frac{1}{g'(g^{-1}(y_0))},$$

ahol $y_0 = g(x_0)$. Most $(\arcsin(x))' = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$. Tudjuk, hogy $\sin(\arcsin(x)) = x$. Másrészt $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ miatt $\cos t = \pm\sqrt{1 - \sin^2 t}$. De most $t = \arcsin(x) \in [-\pi/2, \pi/2]$, tehát

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(x))}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

PÉLDÁK

1. $(x^2)' = (x \cdot x)' = x' \cdot x + x \cdot x' = x \cdot 1 + 1 \cdot x = 2x.$
2. $\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)' = \frac{(\sin(x))' \cdot x - \sin(x) \cdot x'}{x^2} = \frac{x\cos(x) - \sin(x)}{x^2}.$
3. $(\cos(x))' = \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right)' = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right)' = \sin(x) \cdot (0 - 1) = -\sin(x).$
4. $(\arcsin(x))' = ?$

$$\left(g^{-1}\right)'(g(x_0)) = \frac{1}{g'(x_0)} \Longrightarrow \left(g^{-1}\right)'(y_0) = \frac{1}{g'(g^{-1}(y_0))},$$

ahol $y_0 = g(x_0)$. Most $(\arcsin(x))' = \frac{1}{\cos(\arcsin(x))}$. Tudjuk, hogy $\sin(\arcsin(x)) = x$. Másrészt $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ miatt $\cos t = \pm\sqrt{1 - \sin^2 t}$. De most $t = \arcsin(x) \in [-\pi/2, \pi/2]$, tehát

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin(x))}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}.$$