26. ELŐADÁS: TÉRBELI KOORDINÁTAGEOMETRIA

EGYENES ÉS SÍK MEGADÁSA

A mai előadáson a Descartes-féle koordináta-rendszerrel ellátott euklideszi térrel foglalkozunk.

Síkgeometria:
Egyenest egy pontja és iránya meghatároz.

Irány $\Longrightarrow$ vele párhuzamos vagy rá merőleges vektor

Térgeometria:
Egyenest és síkot egy pontja és iránya meghatároz.

Egyenes iránya $\Longrightarrow$ csak vele párhuzamos vektor

Sík iránya $\Longrightarrow$ csak rá merőleges vektor

EGYENES ÉS SÍK MEGADÁSA

A mai előadáson a Descartes-féle koordináta-rendszerrel ellátott euklideszi térrel foglalkozunk.

Síkgeometria:
Egyenest egy pontja és iránya meghatároz.

Irány $\Longrightarrow$ vele párhuzamos vagy rá merőleges vektor

Térgeometria:
Egyenest és síkot egy pontja és iránya meghatároz.

Egyenes iránya $\Longrightarrow$ csak vele párhuzamos vektor

Sík iránya $\Longrightarrow$ csak rá merőleges vektor

Egyenes és sík megadása

A mai előadáson a Descartes-féle koordináta-rendszerrel ellátott euklideszi térrel foglalkozunk.

Síkgeometria:
Egyenest egy pontja és iránya meghatároz.

Irány $\Longrightarrow$ vele párhuzamos vagy rá merőleges vektor

Térgeometria:
Egyenest és síkot egy pontja és iránya meghatároz.

Egyenes iránya $\Longrightarrow$ csak vele párhuzamos vektor

Sík iránya $\Longrightarrow$ csak rá merőleges vektor

EGYENES ÉS SÍK MEGADÁSA

A mai előadáson a Descartes-féle koordináta-rendszerrel ellátott euklideszi térrel foglalkozunk.

Síkgeometria:
Egyenest egy pontja és iránya meghatároz.

Irány $\Longrightarrow$ vele párhuzamos vagy rá merőleges vektor

Térgeometria:
Egyenest és síkot egy pontja és iránya meghatároz.

Egyenes iránya $\Longrightarrow$ csak vele párhuzamos vektor

Sík iránya $\Longrightarrow$ csak rá merőleges vektor

EGYENES ÉS SÍK MEGADÁSA

A mai előadáson a Descartes-féle koordináta-rendszerrel ellátott euklideszi térrel foglalkozunk.

Síkgeometria:
Egyenest egy pontja és iránya meghatároz.

Irány $\Longrightarrow$ vele párhuzamos vagy rá merőleges vektor

Térgeometria:
Egyenest és síkot egy pontja és iránya meghatároz.

Egyenes iránya $\Longrightarrow$ csak vele párhuzamos vektor

Sík iránya $\Longrightarrow$ csak rá merőleges vektor

EGYENES ÉS SÍK MEGADÁSA

A mai előadáson a Descartes-féle koordináta-rendszerrel ellátott euklideszi térrel foglalkozunk.

Síkgeometria:
Egyenest egy pontja és iránya meghatároz.

Irány $\Longrightarrow$ vele párhuzamos vagy rá merőleges vektor

Térgeometria:
Egyenest és síkot egy pontja és iránya meghatároz.

Egyenes iránya $\Longrightarrow$ csak vele párhuzamos vektor

Sík iránya $\Longrightarrow$ csak rá merőleges vektor

Egyenes és sík megadása

A mai előadáson a Descartes-féle koordináta-rendszerrel ellátott euklideszi térrel foglalkozunk.

Síkgeometria:
Egyenest egy pontja és iránya meghatároz.

Irány $\Longrightarrow$ vele párhuzamos vagy rá merőleges vektor

Térgeometria:
Egyenest és síkot egy pontja és iránya meghatároz.

Egyenes iránya $\Longrightarrow$ csak vele párhuzamos vektor

Sík iránya $\Longrightarrow$ csak rá merőleges vektor

Egyenes és sík megadása

A mai előadáson a Descartes-féle koordináta-rendszerrel ellátott euklideszi térrel foglalkozunk.

Síkgeometria:
Egyenest egy pontja és iránya meghatároz.

Irány $\Longrightarrow$ vele párhuzamos vagy rá merőleges vektor

Térgeometria:
Egyenest és síkot egy pontja és iránya meghatároz.

Egyenes iránya $\Longrightarrow$ csak vele párhuzamos vektor

Sík iránya $\Longrightarrow$ csak rá merőleges vektor

EGYENES ÉS SÍK MEGADÁSA

A mai előadáson a Descartes-féle koordináta-rendszerrel ellátott euklideszi térrel foglalkozunk.

Síkgeometria:
Egyenest egy pontja és iránya meghatároz.

Irány $\Longrightarrow$ vele párhuzamos vagy rá merőleges vektor

Térgeometria:
Egyenest és síkot egy pontja és iránya meghatároz.

Egyenes iránya $\Longrightarrow$ csak vele párhuzamos vektor

Sík iránya $\Longrightarrow$ csak rá merőleges vektor

EGYENES IRÁNYVEKTORA

Legyen e egy egyenes. Azt mondjuk, hogy e egy irányvektora bármely olyan $\vec{v} \neq \vec{0}$ vektor, amelyet e két különböző $P_1 \neq P_2$ pontja határoz meg:

$$\vec{v} = \overrightarrow{P_1 P_2}.$$

Egy adott egyenes irányvektorai párhuzamosak egymással.

Egyenes irányvektora

Legyen e egy egyenes. Azt mondjuk, hogy e egy irányvektora bármely olyan $\vec{v} \neq \vec{0}$ vektor, amelyet e két különböző $P_1 \neq P_2$ pontja határoz meg:

$$\vec{v} = \overrightarrow{P_1 P_2}.$$

Egy adott egyenes irányvektorai párhuzamosak egymással.

EGYENES IRÁNYVEKTORA

Legyen e egy egyenes. Azt mondjuk, hogy e egy irányvektora bármely olyan $\vec{v} \neq \vec{0}$ vektor, amelyet e két különböző $P_1 \neq P_2$ pontja határoz meg:

$$\vec{v} = \overrightarrow{P_1 P_2}.$$

Egy adott egyenes irányvektorai párhuzamosak egymással.

Egyenes irányvektora

Legyen e egy egyenes. Azt mondjuk, hogy e egy irányvektora bármely olyan $\vec{v} \neq \vec{0}$ vektor, amelyet e két különböző $P_1 \neq P_2$ pontja határoz meg:

$$\vec{v} = \overrightarrow{P_1 P_2}.$$

Egy adott egyenes irányvektorai párhuzamosak egymással.

EGYENES PARAMÉTERES VEKTOREGYENLETE

Legyen e egy egyenes, $\vec{v}$ egy irányvektora és P_0 egy pontja. Jelöljük $\vec{p}_0$-lal a P_1-be mutató vektort és $\vec{p}$-vel egy határozatlan P pontba mutató vektort. Ekkor a P pont pontosan akkor van rajta e-n, ha

$$\overrightarrow{P_0P} = t\vec{v} \Longrightarrow \vec{p} - \vec{p}_0 = t\vec{v}$$

valamely $t \in \mathbb{R}$ esetén. Átalakítva:

$$\vec{p} = \vec{p}_0 + t\vec{v}.$$

Ez az e egyenes paraméteres vektoregyenlete.

EGYENES PARAMÉTERES VEKTOREGYENLETE

Legyen e egy egyenes, $\vec{v}$ egy irányvektora és P_0 egy pontja. Jelöljük $\vec{p}_0$-lal a P_1-be mutató vektort és $\vec{p}$-vel egy határozatlan P pontba mutató vektort. Ekkor a P pont pontosan akkor van rajta e-n, ha

$$\overrightarrow{P_0P} = t\vec{v} \Longrightarrow \vec{p} - \vec{p}_0 = t\vec{v}$$

valamely $t \in \mathbb{R}$ esetén. Átalakítva:

$$\vec{p} = \vec{p}_0 + t\vec{v}.$$

Ez az e egyenes paraméteres vektoregyenlete.

EGYENES PARAMÉTERES VEKTOREGYENLETE

Legyen e egy egyenes, $\vec{v}$ egy irányvektora és P_0 egy pontja. Jelöljük $\vec{p}_0$-lal a P_1-be mutató vektort és $\vec{p}$-vel egy határozatlan P pontba mutató vektort. Ekkor a P pont pontosan akkor van rajta e-n, ha

$$\overrightarrow{P_0P} = t\vec{v} \Longrightarrow \vec{p} - \vec{p}_0 = t\vec{v}$$

valamely $t \in \mathbb{R}$ esetén. Átalakítva:

$$\vec{p} = \vec{p}_0 + t\vec{v}.$$

Ez az e egyenes paraméteres vektoregyenlete.

EGYENES PARAMÉTERES VEKTOREGYENLETE

Legyen e egy egyenes, $\vec{v}$ egy irányvektora és P_0 egy pontja. Jelöljük $\vec{p}_0$-lal a P_1-be mutató vektort és $\vec{p}$-vel egy határozatlan P pontba mutató vektort. Ekkor a P pont pontosan akkor van rajta e-n, ha

$$\overrightarrow{P_0P} = t\vec{v} \Longrightarrow \vec{p} - \vec{p}_0 = t\vec{v}$$

valamely $t \in \mathbb{R}$ esetén. Átalakítva:

$$\vec{p} = \vec{p}_0 + t\vec{v}.$$

Ez az e egyenes paraméteres vektoregyenlete.

EGYENES PARAMÉTERES VEKTOREGYENLETE

Legyen e egy egyenes, $\vec{v}$ egy irányvektora és P_0 egy pontja. Jelöljük $\vec{p}_0$-lal a P_1-be mutató vektort és $\vec{p}$-vel egy határozatlan P pontba mutató vektort. Ekkor a P pont pontosan akkor van rajta e-n, ha

$$\overrightarrow{P_0P} = t\vec{v} \Longrightarrow \vec{p} - \vec{p}_0 = t\vec{v}$$

valamely $t \in \mathbb{R}$ esetén. Átalakítva:

$$\vec{p} = \vec{p}_0 + t\vec{v}.$$

Ez az e egyenes paraméteres vektoregyenlete.

EGYENES PARAMÉTERES VEKTOREGYENLETE

Legyen e egy egyenes, $\vec{v}$ egy irányvektora és P_0 egy pontja. Jelöljük $\vec{p}_0$-lal a P_1-be mutató vektort és $\vec{p}$-vel egy határozatlan P pontba mutató vektort. Ekkor a P pont pontosan akkor van rajta e-n, ha

$$\overrightarrow{P_0P} = t\vec{v} \Longrightarrow \vec{p} - \vec{p}_0 = t\vec{v}$$

valamely $t \in \mathbb{R}$ esetén. Átalakítva:

$$\vec{p} = \vec{p}_0 + t\vec{v}.$$

Ez az e egyenes paraméteres vektoregyenlete.

EGYENES PARAMÉTERES EGYENLETRENDSZERE

Legyen az előző lap jelölésein túl $P_0(x_0, y_0, z_0)$, $P(x, y, z)$ és $\vec{v} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$. Írjuk most ki e paraméteres vektoregyenletét koordinátánként:

$$x = x_0 + at$$
$$y = y_0 + bt$$
$$z = z_0 + ct$$

valamely $t \in \mathbb{R}$ esetén. Ez e paraméteres egyenletrendszere.

EGYENES PARAMÉTERES EGYENLETRENDSZERE

Legyen az előző lap jelölésein túl $P_0(x_0, y_0, z_0)$, $P(x, y, z)$ és $\vec{v} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$. Írjuk most ki e paraméteres vektoregyenletét koordinátánként:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + at \\ y &= y_0 + bt \\ z &= z_0 + ct \end{aligned}$$

valamely $t \in \mathbb{R}$ esetén. Ez e paraméteres egyenletrendszere.

EGYENES PARAMÉTERES EGYENLETRENDSZERE

Legyen az előző lap jelölésein túl $P_0(x_0, y_0, z_0)$, $P(x, y, z)$ és $\vec{v} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$. Írjuk most ki e paraméteres vektoregyenletét koordinátánként:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + at \\ y &= y_0 + bt \\ z &= z_0 + ct \end{aligned}$$

valamely $t \in \mathbb{R}$ esetén. Ez e paraméteres egyenletrendszere.

Egyenes paraméteres egyenletrendszere

Példa

Az $A(1,-2,3)$ *ponton átmenő,* $\vec{v} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ *irányvektorú egyenes paraméteres egyenletrendszere*

$$\begin{aligned} x &= 1 - t \\ y &= -2 \\ z &= 3 + 2t \end{aligned}$$

Egyenes paraméteres egyenletrendszere

Példa

Az $A(1,-2,3)$ *ponton átmenő,* $\vec{v} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ *irányvektorú egyenes paraméteres egyenletrendszere*

$$\begin{aligned} x &= 1 - t \\ y &= -2 \\ z &= 3 + 2t \end{aligned}$$

EGYENES EGYENLETRENDSZERE

Küszöböljük most ki a t paramétert e paraméteres egyenletrendszeréből:

$$\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=\frac{z-z_0}{c}.$$

Ez e (paramétermentes) egyenletrendszere. Amennyiben $a=0$ (illetve $b=0$ vagy $c=0$), akkor a paramétermentes egyenletrendszerben a megfelelő tag nem szerepel, helyette szerepel

$$x=x_0 \quad \text{(illetve } y=y_0 \text{ vagy } z=z_0\text{)}.$$

EGYENES EGYENLETRENDSZERE

Küszöböljük most ki a t paramétert e paraméteres egyenletrendszeréből:

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}.$$

Ez e (paramétermentes) egyenletrendszere. Amennyiben $a = 0$ (illetve $b = 0$ vagy $c = 0$), akkor a paramétermentes egyenletrendszerben a megfelelő tag nem szerepel, helyette szerepel

$$x = x_0 \quad \text{(illetve } y = y_0 \text{ vagy } z = z_0\text{)}.$$

EGYENES EGYENLETRENDSZERE

Küszöböljük most ki a t paramétert e paraméteres egyenletrendszeréből:

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}.$$

Ez e (paramétermentes) egyenletrendszere. Amennyiben $a = 0$ (illetve $b = 0$ vagy $c = 0$), akkor a paramétermentes egyenletrendszerben a megfelelő tag nem szerepel, helyette szerepel

$$x = x_0 \quad \text{(illetve } y = y_0 \text{ vagy } z = z_0\text{)}.$$

EGYENES EGYENLETRENDSZERE

Küszöböljük most ki a t paramétert e paraméteres egyenletrendszeréből:

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}.$$

Ez e (paramétermentes) egyenletrendszere. Amennyiben $a = 0$ (illetve $b = 0$ vagy $c = 0$), akkor a paramétermentes egyenletrendszerben a megfelelő tag nem szerepel, helyette szerepel

$$x = x_0 \quad \text{(illetve } y = y_0 \text{ vagy } z = z_0\text{)}.$$

EGYENES EGYENLETRENDSZERE

Küszöböljük most ki a t paramétert e paraméteres egyenletrendszeréből:

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}.$$

Ez e (paramétermentes) egyenletrendszere. Amennyiben $a = 0$ (illetve $b = 0$ vagy $c = 0$), akkor a paramétermentes egyenletrendszerben a megfelelő tag nem szerepel, helyette szerepel

$$x = x_0 \quad \text{(illetve } y = y_0 \text{ vagy } z = z_0\text{)}.$$

EGYENES PARAMÉTERES EGYENLETRENDSZERE

PÉLDA

Az $A(1,-2,3)$ *ponton átmenő,* $\vec{v}=\begin{bmatrix}-1\\0\\2\end{bmatrix}$ *irányvektorú egyenes egyenletrendszere*

$$\begin{aligned}x&=1-t\\y&=-2\\z&=3+2t\end{aligned}$$

$$\Longrightarrow \frac{x-1}{-1}=\frac{z-3}{2},\ y=-2.$$

EGYENES PARAMÉTERES EGYENLETRENDSZERE

PÉLDA

Az $A(1,-2,3)$ *ponton átmenő,* $\vec{v} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ *irányvektorú egyenes egyenletrendszere*

$$x = 1 - t$$
$$y = -2$$
$$z = 3 + 2t$$

$$\Longrightarrow \frac{x-1}{-1} = \frac{z-3}{2},\ y = -2.$$

EGYENES PARAMÉTERES EGYENLETRENDSZERE

PÉLDA

Az $A(1,-2,3)$ *ponton átmenő,* $\vec{v}=\begin{bmatrix}-1\\0\\2\end{bmatrix}$ *irányvektorú egyenes egyenletrendszere*

$$\begin{aligned} x &= 1-t \\ y &= -2 \\ z &= 3+2t \end{aligned}$$

$$\Longrightarrow \frac{x-1}{-1}=\frac{z-3}{2},\ y=-2.$$

Sík paraméteres vektoregyenlete

Legyen most S egy sík a térben, melynek egy pontja P_0.

Definíció

S irányvektorainak egy független rendszere két olyan $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ vektor, amelyek párhuzamosak S-sel és lineárisan függetlenek (azaz egyik sem többszöröse a másiknak).

Ekkor a P pont pontosan akkor van rajta S-en, ha

$$\vec{p} = \vec{p}_0 + t\vec{v}_1 + s\vec{v}_2$$

valamely $t, s \in \mathbb{R}$ esetén. Ez S paraméteres vektoregyenlete.

SÍK PARAMÉTERES VEKTOREGYENLETE

Legyen most S egy sík a térben, melynek egy pontja P_0.

DEFINÍCIÓ

S irányvektorainak egy független rendszere két olyan $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ vektor, amelyek párhuzamosak S-sel és lineárisan függetlenek (azaz egyik sem többszöröse a másiknak).

Ekkor a P pont pontosan akkor van rajta S-en, ha

$$\vec{p} = \vec{p}_0 + t\vec{v}_1 + s\vec{v}_2$$

valamely $t, s \in \mathbb{R}$ esetén. Ez S paraméteres vektoregyenlete.

SÍK PARAMÉTERES VEKTOREGYENLETE

Legyen most S egy sík a térben, melynek egy pontja P_0.

DEFINÍCIÓ

S irányvektorainak egy független rendszere két olyan $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ vektor, amelyek párhuzamosak S-sel és lineárisan függetlenek (azaz egyik sem többszöröse a másiknak).

Ekkor a P pont pontosan akkor van rajta S-en, ha

$$\vec{p} = \vec{p}_0 + t\vec{v}_1 + s\vec{v}_2$$

valamely $t, s \in \mathbb{R}$ esetén. Ez S paraméteres vektoregyenlete.

SÍK NORMÁLVEKTORA

Legyen S egy sík a térben.

DEFINÍCIÓ

Azt mondjuk, hogy S egy normálvektora bármely olyan $\vec{n} \neq \vec{0}$ vektor, amely merőleges minden S-sel párhuzamos $\vec{v}$ vektorra.

Egy adott S sík bármely két normálvektora párhuzamos egymással. Alkalmazásokban hasznos lesz egy 1-hosszú $\vec{n}_0$ normálvektort választani, amely előjel erejéig egyértelműen meghatározott:

$$\vec{n}_0 = \pm \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|}.$$

SÍK NORMÁLVEKTORA

Legyen S egy sík a térben.

DEFINÍCIÓ

Azt mondjuk, hogy S egy normálvektora bármely olyan $\vec{n} \neq \vec{0}$ vektor, amely merőleges minden S-sel párhuzamos $\vec{v}$ vektorra.

Egy adott S sík bármely két normálvektora párhuzamos egymással. Alkalmazásokban hasznos lesz egy 1-hosszú $\vec{n}_0$ normálvektort választani, amely előjel erejéig egyértelműen meghatározott:

$$\vec{n}_0 = \pm \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|}.$$

SÍK NORMÁLVEKTORA

Legyen S egy sík a térben.

DEFINÍCIÓ

Azt mondjuk, hogy S egy normálvektora bármely olyan $\vec{n} \neq \vec{0}$ vektor, amely merőleges minden S-sel párhuzamos $\vec{v}$ vektorra.

Egy adott S sík bármely két normálvektora párhuzamos egymással. Alkalmazásokban hasznos lesz egy 1-hosszú $\vec{n}_0$ normálvektort választani, amely előjel erejéig egyértelműen meghatározott:

$$\vec{n}_0 = \pm \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|}.$$

Sík normálvektora

Legyen S egy sík a térben.

Definíció

Azt mondjuk, hogy S egy normálvektora bármely olyan $\vec{n} \neq \vec{0}$ vektor, amely merőleges minden S-sel párhuzamos $\vec{v}$ vektorra.

Egy adott S sík bármely két normálvektora párhuzamos egymással. Alkalmazásokban hasznos lesz egy 1-hosszú $\vec{n}_0$ normálvektort választani, amely előjel erejéig egyértelműen meghatározott:

$$\vec{n}_0 = \pm \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|}.$$

SÍK NORMÁLVEKTORA

Legyen S egy sík a térben.

DEFINÍCIÓ

Azt mondjuk, hogy S egy normálvektora bármely olyan $\vec{n} \neq \vec{0}$ vektor, amely merőleges minden S-sel párhuzamos $\vec{v}$ vektorra.

Egy adott S sík bármely két normálvektora párhuzamos egymással. Alkalmazásokban hasznos lesz egy 1-hosszú $\vec{n}_0$ normálvektort választani, amely előjel erejéig egyértelműen meghatározott:

$$\vec{n}_0 = \pm \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|}.$$

SÍK VEKTOREGYENLETE

ÁLLÍTÁS

Legyen $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ az S irányvektorainak egy független rendszere. Ekkor

$$\vec{n} = \vec{v}_1 \times \vec{v}_2$$

normálvektora S-nek.

Legyen P_0 egy pont és $\vec{n} \neq \vec{0}$. Ekkor azon sík egyenlete, amely illeszkedik P_0-ra és egy normálvektora $\vec{n}$:

$$0 = \overrightarrow{P_0P} \cdot \vec{n} = (\vec{p} - \vec{p}_0) \cdot \vec{n}.$$

Ez S vektoregyenlete.

SÍK VEKTOREGYENLETE

ÁLLÍTÁS

Legyen $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ az S irányvektorainak egy független rendszere. Ekkor

$$\vec{n} = \vec{v}_1 \times \vec{v}_2$$

normálvektora S-nek.

Legyen P_0 egy pont és $\vec{n} \neq \vec{0}$. Ekkor azon sík egyenlete, amely illeszkedik P_0-ra és egy normálvektora $\vec{n}$:

$$0 = \overrightarrow{P_0 P} \cdot \vec{n} = (\vec{p} - \vec{p}_0) \cdot \vec{n}.$$

Ez S vektoregyenlete.

SÍK VEKTOREGYENLETE

ÁLLÍTÁS

Legyen $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ az S irányvektorainak egy független rendszere. Ekkor

$$\vec{n} = \vec{v}_1 \times \vec{v}_2$$

normálvektora S-nek.

Legyen P_0 egy pont és $\vec{n} \neq \vec{0}$. Ekkor azon sík egyenlete, amely illeszkedik P_0-ra és egy normálvektora $\vec{n}$:

$$0 = \overrightarrow{P_0P} \cdot \vec{n} = (\vec{p} - \vec{p}_0) \cdot \vec{n}.$$

Ez S vektoregyenlete.

Sík vektoregyenlete

Állítás

Legyen $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ az S irányvektorainak egy független rendszere. Ekkor

$$\vec{n} = \vec{v}_1 \times \vec{v}_2$$

normálvektora S-nek.

Legyen P_0 egy pont és $\vec{n} \neq \vec{0}$. Ekkor azon sík egyenlete, amely illeszkedik P_0-ra és egy normálvektora $\vec{n}$:

$$0 = \overrightarrow{P_0P} \cdot \vec{n} = (\vec{p} - \vec{p}_0) \cdot \vec{n}.$$

Ez S vektoregyenlete.

Sík vektoregyenlete

Állítás

Legyen $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ az S irányvektorainak egy független rendszere. Ekkor

$$\vec{n} = \vec{v}_1 \times \vec{v}_2$$

normálvektora S-nek.

Legyen P_0 egy pont és $\vec{n} \neq \vec{0}$. Ekkor azon sík egyenlete, amely illeszkedik P_0-ra és egy normálvektora $\vec{n}$:

$$0 = \overrightarrow{P_0P} \cdot \vec{n} = (\vec{p} - \vec{p}_0) \cdot \vec{n}.$$

Ez S vektoregyenlete.

SÍK VEKTOREGYENLETE

ÁLLÍTÁS

Legyen $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ az S irányvektorainak egy független rendszere. Ekkor

$$\vec{n} = \vec{v}_1 \times \vec{v}_2$$

normálvektora S-nek.

Legyen P_0 egy pont és $\vec{n} \neq \vec{0}$. Ekkor azon sík egyenlete, amely illeszkedik P_0-ra és egy normálvektora $\vec{n}$:

$$0 = \overrightarrow{P_0P} \cdot \vec{n} = (\vec{p} - \vec{p}_0) \cdot \vec{n}.$$

Ez S vektoregyenlete.

SÍK ÁLTALÁNOS EGYENLETE

Legyen az előző lap jelölésein túl $P_0(x_0, y_0, z_0)$, $P(x, y, z)$ és $\vec{n} = \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix}$. Ekkor a vektoregyenlet

$$\begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{bmatrix} \cdot \vec{n} = 0,$$

azaz átalakítva:

$$Ax+By+Cz-(Ax_0+By_0+Cz_0) = 0 \Leftrightarrow Ax+By+Cz = Ax_0+By_0+Cz_0$$

Gyakran bevezetjük a $D = -(Ax_0 + By_0 + Cz_0)$ jelölést, amivel S általános egyenlete:

$$Ax + By + Cz + D = 0.$$

SÍK ÁLTALÁNOS EGYENLETE

Legyen az előző lap jelölésein túl $P_0(x_0, y_0, z_0)$, $P(x, y, z)$ és $\vec{n} = \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix}$. Ekkor a vektoregyenlet

$$\begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{bmatrix} \cdot \vec{n} = 0,$$

azaz átalakítva:

$$Ax+By+Cz-(Ax_0+By_0+Cz_0) = 0 \Leftrightarrow Ax+By+Cz = Ax_0+By_0+Cz_0$$

Gyakran bevezetjük a $D = -(Ax_0 + By_0 + Cz_0)$ jelölést, amivel S általános egyenlete:

$$Ax + By + Cz + D = 0.$$

SÍK ÁLTALÁNOS EGYENLETE

Legyen az előző lap jelölésein túl $P_0(x_0, y_0, z_0)$, $P(x, y, z)$ és $\vec{n} = \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix}$. Ekkor a vektoregyenlet

$$\begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{bmatrix} \cdot \vec{n} = 0,$$

azaz átalakítva:

$$Ax+By+Cz-(Ax_0+By_0+Cz_0) = 0 \Leftrightarrow Ax+By+Cz = Ax_0+By_0+Cz_0$$

Gyakran bevezetjük a $D = -(Ax_0 + By_0 + Cz_0)$ jelölést, amivel S általános egyenlete:

$$Ax + By + Cz + D = 0.$$

SÍK ÁLTALÁNOS EGYENLETE

Legyen az előző lap jelölésein túl $P_0(x_0, y_0, z_0)$, $P(x, y, z)$ és $\vec{n} = \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix}$. Ekkor a vektoregyenlet

$$\begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{bmatrix} \cdot \vec{n} = 0,$$

azaz átalakítva:

$$Ax+By+Cz-(Ax_0+By_0+Cz_0) = 0 \Leftrightarrow Ax+By+Cz = Ax_0+By_0+Cz_0$$

Gyakran bevezetjük a $D = -(Ax_0 + By_0 + Cz_0)$ jelölést, amivel S általános egyenlete:

$$Ax + By + Cz + D = 0.$$

SÍK ÁLTALÁNOS EGYENLETE

Legyen az előző lap jelölésein túl $P_0(x_0, y_0, z_0)$, $P(x, y, z)$ és $\vec{n} = \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix}$. Ekkor a vektoregyenlet

$$\begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{bmatrix} \cdot \vec{n} = 0,$$

azaz átalakítva:

$$Ax+By+Cz-(Ax_0+By_0+Cz_0) = 0 \Leftrightarrow Ax+By+Cz = Ax_0+By_0+Cz_0$$

Gyakran bevezetjük a $D = -(Ax_0 + By_0 + Cz_0)$ jelölést, amivel S általános egyenlete:

$$Ax + By + Cz + D = 0.$$

SÍK ÁLTALÁNOS EGYENLETE

Legyen az előző lap jelölésein túl $P_0(x_0, y_0, z_0)$, $P(x, y, z)$ és $\vec{n} = \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix}$. Ekkor a vektoregyenlet

$$\begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{bmatrix} \cdot \vec{n} = 0,$$

azaz átalakítva:

$$Ax+By+Cz-(Ax_0+By_0+Cz_0) = 0 \Leftrightarrow Ax+By+Cz = Ax_0+By_0+Cz_0$$

Gyakran bevezetjük a $D = -(Ax_0 + By_0 + Cz_0)$ jelölést, amivel S általános egyenlete:

$$Ax + By + Cz + D = 0.$$

Sík általános egyenlete

Példa

Az $A(-1,2,1)$ *ponton átmenő,* $\vec{n} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}$ *normálvektorú sík egyenlete*

$$2x - 3y + z = 2 \cdot (-1) - 3 \cdot (2) + 1,$$

azaz

$$2x - 3y + z = -7.$$

Sík általános egyenlete

Példa

Az $A(-1,2,1)$ *ponton átmenő,* $\vec{n} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}$ *normálvektorú sík egyenlete*

$$2x - 3y + z = 2 \cdot (-1) - 3 \cdot (2) + 1,$$

azaz

$$2x - 3y + z = -7.$$

SÍK ÁLTALÁNOS EGYENLETE

PÉLDA

Az $A(-1,2,1)$ *ponton átmenő,* $\vec{n} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}$ *normálvektorú sík egyenlete*

$$2x - 3y + z = 2 \cdot (-1) - 3 \cdot (2) + 1,$$

azaz

$$2x - 3y + z = -7.$$

Normálegyenlet, pont és sík távolsága

Legyen S az

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

általános egyenletű sík. Amennyiben teljesül

$$|\vec{n}| = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} = 1,$$

akkor azt mondjuk hogy ez S egy normálegyenlete.
Legyen $P(x, y, z)$ tetszőleges pont a térben. Láttuk, hogy ekkor a $\overrightarrow{P_0P} \cdot \vec{n}$ skaláris szorzat előjel erejéig éppen a $\overrightarrow{P_0P}$ vektor $\vec{n} = (A, B, C)$-re való vetületének előjeles hosszát adja.

Állítás

Ha S normálegyenlete $Ax + By + Cz + D = 0$, akkor $P(x, y, z)$ távolsága az S síktól:

$$d(P, S) = |Ax + By + Cz + D|.$$

NORMÁLEGYENLET, PONT ÉS SÍK TÁVOLSÁGA

Legyen S az

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

általános egyenletű sík. Amennyiben teljesül

$$|\vec{n}| = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} = 1,$$

akkor azt mondjuk hogy ez S egy normálegyenlete.

Legyen $P(x, y, z)$ tetszőleges pont a térben. Láttuk, hogy ekkor a $\overrightarrow{P_0P} \cdot \vec{n}$ skaláris szorzat előjel erejéig éppen a $\overrightarrow{P_0P}$ vektor $\vec{n} = (A, B, C)$-re való vetületének előjeles hosszát adja.

ÁLLÍTÁS

Ha S normálegyenlete $Ax + By + Cz + D = 0$, akkor $P(x, y, z)$ távolsága az S síktól:

$$d(P, S) = |Ax + By + Cz + D|.$$

NORMÁLEGYENLET, PONT ÉS SÍK TÁVOLSÁGA

Legyen S az

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

általános egyenletű sík. Amennyiben teljesül

$$|\vec{n}| = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} = 1,$$

akkor azt mondjuk hogy ez S egy normálegyenlete.

Legyen $P(x, y, z)$ tetszőleges pont a térben. Láttuk, hogy ekkor a $\overrightarrow{P_0P} \cdot \vec{n}$ skaláris szorzat előjel erejéig éppen a $\overrightarrow{P_0P}$ vektor $\vec{n} = (A, B, C)$-re való vetületének előjeles hosszát adja.

ÁLLÍTÁS

Ha S normálegyenlete $Ax + By + Cz + D = 0$, akkor $P(x, y, z)$ távolsága az S síktól:

$$d(P, S) = |Ax + By + Cz + D|.$$

NORMÁLEGYENLET, PONT ÉS SÍK TÁVOLSÁGA

Legyen S az

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

általános egyenletű sík. Amennyiben teljesül

$$|\vec{n}| = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} = 1,$$

akkor azt mondjuk hogy ez S egy normálegyenlete.

Legyen $P(x, y, z)$ tetszőleges pont a térben. Látttuk, hogy ekkor a $\overrightarrow{P_0P} \cdot \vec{n}$ skaláris szorzat előjel erejéig éppen a $\overrightarrow{P_0P}$ vektor $\vec{n} = (A, B, C)$-re való vetületének előjeles hosszát adja.

ÁLLÍTÁS

Ha S normálegyenlete $Ax + By + Cz + D = 0$, akkor $P(x, y, z)$ távolsága az S síktól:

$$d(P, S) = |Ax + By + Cz + D|.$$

NORMÁLEGYENLET, PONT ÉS SÍK TÁVOLSÁGA

Legyen S az
$$Ax + By + Cz + D = 0$$
általános egyenletű sík. Amennyiben teljesül
$$|\vec{n}| = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} = 1,$$
akkor azt mondjuk hogy ez S egy normálegyenlete.
Legyen $P(x, y, z)$ tetszőleges pont a térben. Láttuk, hogy ekkor a $\overrightarrow{P_0P} \cdot \vec{n}$ skaláris szorzat előjel erejéig éppen a $\overrightarrow{P_0P}$ vektor $\vec{n} = (A, B, C)$-re való vetületének előjeles hosszát adja.

ÁLLÍTÁS

Ha S normálegyenlete $Ax + By + Cz + D = 0$, akkor $P(x, y, z)$ távolsága az S síktól:
$$d(P, S) = |Ax + By + Cz + D|.$$

NORMÁLEGYENLET, PONT ÉS SÍK TÁVOLSÁGA

Legyen S az
$$Ax + By + Cz + D = 0$$
általános egyenletű sík. Amennyiben teljesül
$$|\vec{n}| = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} = 1,$$
akkor azt mondjuk hogy ez S egy normálegyenlete.
Legyen $P(x, y, z)$ tetszőleges pont a térben. Láttuk, hogy ekkor a $\overrightarrow{P_0P} \cdot \vec{n}$ skaláris szorzat előjel erejéig éppen a $\overrightarrow{P_0P}$ vektor $\vec{n} = (A, B, C)$-re való vetületének előjeles hosszát adja.

ÁLLÍTÁS

Ha S normálegyenlete $Ax + By + Cz + D = 0$, akkor $P(x, y, z)$ távolsága az S síktól:
$$d(P, S) = |Ax + By + Cz + D|.$$

NORMÁLEGYENLET, PONT ÉS SÍK TÁVOLSÁGA

Legyen S az

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

általános egyenletű sík. Amennyiben teljesül

$$|\vec{n}| = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} = 1,$$

akkor azt mondjuk hogy ez S egy normálegyenlete.
Legyen $P(x, y, z)$ tetszőleges pont a térben. Láttuk, hogy ekkor a $\overrightarrow{P_0P} \cdot \vec{n}$ skaláris szorzat előjel erejéig éppen a $\overrightarrow{P_0P}$ vektor $\vec{n} = (A, B, C)$-re való vetületének előjeles hosszát adja.

ÁLLÍTÁS

Ha S normálegyenlete $Ax + By + Cz + D = 0$, akkor $P(x, y, z)$ távolsága az S síktól:

$$d(P, S) = |Ax + By + Cz + D|.$$