

Útmutató az elméleti kérdésekhez a Matematika A1 tárgy vizsgájára

- Halmazok fogalma, üres halmaz, részhalmaz, műveletek (unió, metszet, különbség, komplementer, direkt szorzat), de Morgan azonosságok, reláció, ekvivalenciareláció fogalma, ekvivalenciarelációra szóló tétel
- Peano-axiómák, egész és racionális számok bevezetése. Teljes indukció menete, Bernoulli-egyenlőtlenség.
- Komplex számok algebrai és trigonometrikus alakja. Komplex számsík. Műveletek komplex számokkal algebrai és trigonometrikus alakban (konjugálás, összeadás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás), műveleti azonosságok, a műveletek geometriai jelentése.
- Polinomok, irreducibilis polinomok fogalma. gyök és szorzattá bontás kapcsolata, faktorizációs tétel, az algebra alaptétele és következményei.
- Számsorozatok fogalma. Korlátosság, monotonitás, határérték fogalma. Konvergencia, divergencia, részsorozat definíciója. Konvergens sorozatok korlátossága. Korlátos és monoton sorozatok konvergenciája. Cauchy-féle konvergencia-kritérium. Bolzano-Weierstrass tétel. Műveletek konvergens sorozatokkal (összeg, szorzat, hányados sorozat konvergenciája). Rendőr-elv. Nevezetes sorozatok és határértékük (geometriai sorozat, n -dik gyökök sorozata, „ e ”-hez tartó sorozatok, stb.).
- Numerikus sorok: sor fogalma, részletösszegek sorozata, sorok konvergenciája és összege, konvergencia szükséges/szükséges és elégséges feltétele, Leibniz-típusú sorok és konvergenciájuk, pozitív tagú sor fogalma, ezekre vonatkozó kritériumok, abszolút/feltételes konvergencia és kapcsolatuk, zárójelezhetőség és átrendezhetőség.
- Függvény fogalma, injektív, szürjektív, bijektív függvények, inverz függvény (geometriai jelentés), függvénykompozíció, értelmezési tartomány, értékészlet. Globális függvénytulajdonságok: paritás (geometriai jelentés), periodikusság, korlátosság, monotonitás. Lokális függvénytulajdonságok: határérték (jobb, bal, végtelenben vett határérték, végtelenbe tartó függvény), folytonosság. Átviteli-elv. Függvények összegének, szorzatának, hányadosának határértéke. Nevezetes függvényhatárértékek ($\sin(x)/x$). Zárt intervallumon folytonos függvények és a rájuk vonatkozó tételek. A trigonometrikus függvények inverzei, a hiperbolikus függvények és inverzeik, tulajdonságaik.
- Differenciálhányados, geometriai jelentés. Derivált definíciója, bal- és jobboldali derivált. Függvény érintője. Deriválási technikák: elemi függvények deriváltjai definíció alapján, konstansszal szorzás, összeg, szorzat, hányados deriváltja, láncszabály, inverz függvény deriválása. Folytonosság és differenciálhatóság kapcsolata. Egyváltozós valós függvények monotonitása, konvexitása: definíció és kapcsolat a deriváltakkal. Lokális szélsőérték és az inflexió pont definíciója, létezésük szükséges és elégséges feltétele. Középpértéktételek (Rolle-tétel, Lagrange-tétel, Cauchy tétele). L'Hospital-szabály. Az n -ed rendű Taylor-polinom, hiba becslése maradéktaggal. Implicit és paraméteres alakban adott függvények deriválása.
- Integrálszámítás: alsó/felső közelítő összeg fogalma, (Riemann szerinti) határozott integrál fogalma. Folytonos és integrálható függvények kapcsolata. Monotonitás és integrálhatóság kapcsolata. Függvények skalárszorosának, összegének integrálhatósága, részintervallumokon integrálhatóság, a határozott integrál additivitása és monotonitása. Primitív függvény fogalma. Newton-Leibniz szabály. Határozatlan integrál, és rá vonatkozó tételek. Helyettesítéses és parciális integrálás elve (határozatlan és határozott integrálokra), illetve a helyettesítéses integrál speciális esetei. Racionális törtfüggvények felbontása rész törtre (felbontás lépései), racionális törtek integrálása. Ezekre visszavezethető integráltípusok. Improprius integrálok típusainak definíciói. Az integrálszámítás alkalmazásai: ívhossz, forgástest térfogat (paraméteres görbére is), forgástest palást (paraméteres görbére is). Területszámítási tételek (paraméteres alakra is).
- Vektorműveletek (geometriai jelentés, koordinátás kiszámítás), hossz, nullvektor fogalma, lineáris kombinációjának, lineáris függetlenségének/összefüggőségének definíciója. Skaláris szorzat definíciója, tulajdonságai, és alkalmazásai. Vektor felbontása párhuzamos és merőleges

összetevőkre a vektorműveletek segítségével. Vektoriális szorzat definíciója és tulajdonságai. Geometriai jelentése. Vegyes szorzat és tulajdonságai. Kifejtési tétel.