Feladatok az A1 (VBK) tárgy hallgatói számára
2022/23/ősz, 9. hét

1. Egy téglalap alakú, 1×2 méteres kartonpapírból felül nyitott, téglalap alakú dobozt hajtogatunk úgy, hogy a papír négy sarkából négy egybevágó négyzetet vágunk ki, majd felhajtjuk a doboz oldalait. Mekkora négyzeteket kell kivágnunk, hogy a doboz térfogata maximális legyen?

2. Egy épülő atlétikapályán két párhuzamos egyenes szakaszból és az őket összekötő félkörívekből áll a futópálya. Hogyan kell kialakítani a pálya alakját, hogy a futópálya hossza 400 méter legyen, és a lehető legnagyobb területű téglalap alakú focipálya férjen el a belsejében?

3. A Populista Párt vezetője tudja, hogy ha hatalomra kerülése esetére a bérek x-szeresére való növelését ígéri meg, akkor a szavazók $30(x-1)^2$ százaléka nem fog hinni neki, viszont a maradék szavazók $50(x-1)$ százaléka a pártra fog szavazni. Hányszoros bérnövekedést kell ígérnie, hogy a lehető legtöbb szavazatot kapja?

4. Egy derékszögű háromszög átfogója 10 cm. Maximum mennyi lehet a területe?

5. Egy egyenes körkúp alapkörének a sugara 2 méter, magassága 5 méter. Határozzuk meg a kúpba írható maximális térfogatú henger adatait!

6.^{hf} Magyarországon a teljes lakosság 1 év alatt összesen 10^{13} forintnyi jövedelmet kap. Tudjuk, hogy ha a keresetek $(100y)\%$-át kéne jövedelemadóként befizetni, akkor a lakosság a befizetendő adó $(100y^3)\%$-át elcsalná (nem fizetné be). Ilyen feltételek mellett mekkorára kéne az adókulcsot állítani, hogy a lehető legtöbb pénz folyjon be?

7.^{hf} Egy egyenlő szárú trapéz két szára és az alapja 1 cm hosszú. Hogyan kell megválasztani a száraknak az alappal bezárt szögét, hogy a területe maximális legyen?

8.^{hf} Lenke elhatározta, hogy feltölti a 10000 literes úszómedencéjét, melyhez a vizet a közeli kútról fogja vödörrel hordani. Tetszőlegesen nagy vödröt választhat a munkához, de tudja, hogy ha egy fordulóban l liter vizet hoz, akkor a forduló $64 + l^2$ másodpercig fog tartani. Hogyan válassza meg l értékét, hogy a lehető leggyorsabban végezzen?

9.^{hf} Roland elhatározza, hogy kifesti a szobáját. Persze ehhez előbb a bútorokat többé-kevésbé össze kell tologatnia, hogy mindenütt hozzáférjen a falhoz. Roland tudja, hogy ha t órát fordít a bútorok összetologatására, akkor a festéssel $10(1 + 1/t)$ óra alatt végez, viszont a festés után megint t órát vesz igénybe a bútorok eredeti helyzetbe való állítása. Hogyan kell t értékét megválasztania, hogy a lehető leghamarabb legyen kész?

10.^{hf} Egy hajó üzemeltetési költségeit a fűtőanyag-fogyasztás és egyéb kiadások képezik. Az óránként felhasznált fűtőanyag A értéke függ a sebességtől; az összefüggést az $A = 0,03 \cdot v^3$ képlet fejezi ki, ahol v (km/h) a sebesség; az egyéb kiadások B forintot tesznek ki. Határozzuk meg, milyen sebességgel haladjon a hajó, hogy a kilométerenkénti költség a lehető legkisebb legyen. (Vegyük B-t pl. 480 Ft-nak.)

11.^{hf} Két egymást merőlegesen metsző folyosó szélessége $2,4$ m, illetve $1,6$ m. Mekkora az a leghosszabb létra, amelyet (vízszintes helyzetben) az egyik folyosóról a másikra át lehet vinni?

12.^{hf} Egy házra olyan ablakokat terveznek, amelyeknek alsó része téglalap alakú, felső része pedig a téglalapra illő félkör. Egy-egy ablak adott kerülete K. Hogyan kell megválasztani az ablakok méreteit, hogy minél több fényt engedjenek át?