

Útmutató az elméleti kérdésekhez a Matematika A2c tárgy vizsgájára

- vektortér, nullelem és ellentett egyértelműsége, lineáris összefüggőség/függetlenség, lineáris kombináció, generátorrendszer, bázis, tétel bázisokra, vektortér dimenziója, bázisok ekvivalens tulajdonságai, altér, generált altér
- mátrix, mátrix típusa, mátrixok összege és szorzása skalárral, transzponált, fő- és mellékátló, sor-oszlop szorzás és tulajdonságai, determináns definíciója és tulajdonságai, permutációk és paritások, determináns kiszámolása permutációk segítségével, transzponált determinánsa, al-determináns és előjeles al-determináns, kifejtési tétel, reguláris és szinguláris mátrixok, mátrix regularitásának ekvivalens megfogalmazásai, determinánsok szorzástétele, rang és tulajdonságai, elemi sor- és oszlopműveletek, ezek kapcsolata a ranggal és a determinánssal, egységmátrix, inverz mátrix, adjungált mátrix, tétel inverz mátrix létezésére és megadására, kiszámolása sor-oszlop műveletekkel
- lineáris egyenletrendszer és fajtái, különböző alakjai, Gauss-elimináció, inverz mátrixos megoldás és Cramer-szabály, szabad paraméter, Kronecker-Capelli tétel és általánosítása
- lineáris leképezés és transzformáció, ezek mátrixa, síkbeli forgatás, és síkra vett vetítés mátrixa, bázistranszformáció, vektor koordinátáinak és leképezés mátrixának változása bázistranszformáció során, sajátérték, sajátvektor, sajátaltér, karakterisztikus polinom és sajátértékekkel vett kapcsolata, szimmetrikus és antiszimmetrikus mátrix, ezek sajátértékeinek és sajátaltéréinek jellemzése, szimmetrikus mátrix diagonalizálhatósága
- differenciálegyenlet (DE) definíciója és fajtái, explicit és implicit alakja, kezdeti feltétel és peremfeltétel, DE megoldása, általános és partikuláris megoldás, integrálgörbe, vonalelem, iránymező, izoklín vonalak, Lipschitz folytonosság, Picard-Lindelöf tétel elsőrendű differenciálegyenletre, szétválasztható DE és megoldására vonatkozó tétel, erre helyettesítéssel visszavezethető típusok, lineáris differenciálegyenletek és fajtái, kapcsolat a homogén és az inhomogén megoldása között, elsőrendű lin. DE megoldása, állandó variálásának módszere
- magasabbrendű lineáris DE-k, Wronski determináns, rá vonatkozó tételek és példa, megoldások alaprendszer, állandó variálásának módszere másodrendű DE esetén, állandó együtthatós DE-k, karakterisztikus polinom, kapcsolata a DE-vel, homogén esetben a megoldás, belső rezonancia, próbafüggvény módszere, külső rezonancia, hiányos másodrendű DE-k és megoldásai módszereik, Laplace transzformált definíciója, rá vonatkozó tételek, konvolúció és tulajdonságai, Laplace transzformáció alkalmazása differenciálegyenletek és differenciálegyenlet-rendszerek megoldására
- skaláris szorzás \mathbb{R}^n -ben, vektor hossza és pontok távolsága, n -dimenziós gömb, nyílt, zárt halmaz, halmaz belseje, határa és külseje, pontsorozat határpontja, Bolzano-Weierstrass tétel, n -változós, m -értékű függvény, nívóvonalak és színgörbék, többváltozós függvény határértéke és folytonossága, átviteli-elv
- parciális derivált és geometriai jelentése, gradiens, derivált/Jacobi mátrix, példa folytonosság és parciális deriválhatóság kapcsolatának illusztrálására, totális deriválhatóság, ennek tulajdonságai és geometriai jelentése, totális deriválhatóság elégséges feltétele, iránymenti derivált, kiszámítása totálisan deriválható függvényekre, gradiens kapcsolata az iránymenti deriváltakkal és a szintfelületekkel, érintősík definíciója és kiszámításának módjai, magasabbrendű parciális deriváltak, Young-tétel, Taylor polinom kétváltozós függvényekre, függvény lokális/globális szélsőértéke (szigorú és nem szigorú), lokális szélsőérték létezésének szükséges és elégséges feltételei, Hesse-determináns, szimmetrikus mátrix főminorjai, korlátos halmaz és átmérője, kompakt halmaz, Weierstrass-tétel
- tartomány, tartomány felosztása, felosztás finomsága, alsó és felső integrálközelítő összegek, alsó és felső integrál, integrálhatóság és integrál, többváltozós integrál tulajdonságai, normáltartomány, Fubini-tétel kétváltozós függvényekre téglalaptartományra és normáltartományra, integrálás koordinátatranszformáció esetén, nevezetes koordinátatranszformációk Jacobi determinánsai
- függvénysorozat, határfüggvény definíciója, konvergenciahalmaz, folytonosság/integrálás és függvényhatárérték kapcsolata, pontonkénti és egyenletes konvergencia függvénysorozatokra, egyenletes konvergencia és folytonosság/integrálhatóság kapcsolata, függvénysor, pontonkénti és egyenletes konvergencia függvénysorokra, Weierstrass-kritérium, tétel egyenletesen konvergens sorok folytonosságára, integrálhatóságára és deriválhatóságára
- hatványsor, (2 db) tétel hatványsor konvergenciájára, konvergenciasugár, limsup és liminf definíciója, kapcsolata a határértékkel és a torlódási pontokkal, tétel a konvergenciasugár meghatározására, egyenletes konvergencia hatványsoroknál, következményei deriválhatóságra és integrálhatóságra

- Taylor-tétel, maradéktag, Taylor-sor és Maclaurin-sor, példa olyan függvényre, amit a középpont kivételével nem állít elő a Maclaurin-sora, elégséges feltétel arra, hogy egy függvényt előállít a Taylor-sora, e^x , $\sin(x)$, $\cos(x)$ Maclaurin-sora, binomiális tétel, binomiális együttható kiterjesztése felül valós számmal, binomiális sorfejtés tétele, hibaszámítás Leibniz-sornál
- 2/ szerint periodikus függvény Fourier-sora, tétel Fourier-sor összegére x_0 -ban ha itt konvergens, szakaszonként folytonos függvény definíciója, elégséges feltétel arra, hogy egy periodikus függvényt előállít a Fourier-sora