

FELADATOK AZ A2 (VBK) TÁRGY HALLGATÓI SZÁMÁRA
2022/23/tavaszi, 6. hét

1. Írjunk fel egy olyan legalacsonyabbrendű valós, állandó együtthatós homogén lineáris differenciálegyenletet, melynek megoldásai az alábbi függvények! Írjuk fel a differenciálegyenlet általános megoldását is!

a) $2e^{5x} - e^{-3x}$

b) $6x^2 + 5e^{2x}$

c) $7x, \sin 5x$

d) $3x^2e^{2x}, e^{3x}$

e) $6 + e^{3x} \sin x$

2. Oldjuk meg a következő inhomogén lineáris, állandó együtthatós egyenleteket!

a) $y'' - 5y' + 6y = 2 \sin 2x$

b) $y'' - 5y' + 6y = 2xe^x$

c) $y'' - 6y' + 13y = 39$

d) $y'' - y' - 2y = 3e^{2x}, y(0) = 3, y'(0) = 1$

e) $y'' - 3y' + 2y = e^{3x} + 4x^2 - 6$

f) $y'' - 3y' + 2y = x + e^x$

g) $y'' - 2y' + y = 6e^x$

h) $y'' + 8y' + 25y = e^{-4x}$

i) $y'' + 2y' = 2x + 3$

j) $y'' + y = \sin x$

3. Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket!

a) $y^{(4)} - 8y''' + 16y'' = 2x - 9$

b) $y'' + y = 2 \sin x \cos x, y(0) = 1, y'(0) = 1$

c) $y''' - 2y'' - y' + 2y = \frac{1}{2}e^{2x} + \frac{1}{2}e^{-2x}$

Emlékeztető

– Az n -edrendű inhomogén lineáris egyenlet $y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \dots + a_0y = f(x)$ alakú. Ekkor a megoldások $y_h + y_p$ alakúak, ahol y_h a homogén egyenlet általános megoldása, y_p pedig az inhomogén egyenlet egy partikuláris megoldása. Ha $f(x)$ speciális, akkor y_p -t az alábbi alakban keressük (próbafüggvény módszere):

$f(x) = Ke^{\alpha x}$ esetén $y_p = Ae^{\alpha x}$ alakú, ($A \in \mathbb{R}$)

$f(x) = a_mx^m + \dots + a_0x + a_0$ esetén $y_p = B_mx^m + \dots + B_1x + B_0$ alakú, ($B_i \in \mathbb{R}$)

$f(x) = K_1 \sin \alpha x$ vagy $f(x) = K_1 \cos \alpha x$ esetén $y_p = A \sin \alpha x + B \cos \alpha x$ alakú. ($A, B \in \mathbb{R}$).

Ha f a fenti típusú függvények összege, szorzata, akkor a kísérletező függvényeket is össze kell adni, szorozni. Ha a kísérletező függvény szerepel a homogén egyenlet megoldásai között is (*külső rezonancia*), akkor ez nem lesz jó. Ekkor y_p -t x első olyan hatványával kell megszorozni, hogy már ne szerepeljen a homogén megoldások között.