

FELADATOK AZ A2 (VBK) TÁRGY HALLGATÓI SZÁMÁRA
2022/23/tavaszi, 7. hét

1. A definíció alapján számoljuk ki a következő függvények Laplace-transzformáltját:

$$\text{a) } a(t) = \begin{cases} 1 & \text{ha } t = 11 \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

$$\text{b) } b(t) = \begin{cases} 3 & \text{ha } t \in [11, 12] \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

$$\text{c) } c(t) = \begin{cases} 1 & \text{ha } t > 11 \\ 0 & \text{ha } t \leq 11 \end{cases}$$

$$\text{d) } d(t) = \begin{cases} t - 11 & \text{ha } t > 11 \\ 0 & \text{ha } t \leq 11 \end{cases}$$

2. Keressük meg a következő függvények Laplace-transzformáltját:

$$\text{a) } 7 \sin 3t$$

$$\text{b) } 6t^2 + 3t - 2$$

$$\text{c) } t \cos 7t$$

$$\text{d) } e^{2t} \sin 3t$$

3. Számoljuk ki a következő függvények inverz Laplace-transzformáltját:

$$\text{a) } \frac{3}{s} + \frac{1}{s-5} - \frac{7}{s-2}$$

$$\text{b) } \frac{11}{s-3} + \frac{4}{s^2-25}$$

$$\text{c) } \frac{7}{s^2+4}$$

$$\text{d) } \frac{s+4}{s^2+9}$$

$$\text{e) } \frac{3}{s^2+4s+14}$$

$$\text{f) } \frac{4}{s^2+2s}$$

$$\text{g) } \frac{3}{s^3+2s^2}$$

4. Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket. (Segítség: vegyük mindkét oldal Laplace-transzformáltját, oldjuk meg az így kapott algebrai egyenletet, majd a megoldásnak keressük meg az inverz Laplace-transzformáltját!)

$$\text{a) } y' = y, \quad y(0) = 3$$

$$\text{b) } y' = 7y, \quad y(0) = -1$$

$$\text{c) } y'' = -y, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -2$$

$$\text{d) } y'' = -y, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

$$\text{e) } 2y' - y = 0, \quad y(0) = 1/2$$

$$\text{f) } y' + 7y = 6, \quad y(0) = 0$$

$$\text{g) } 2y' + y = e^{2t}, \quad y(0) = 1$$

$$\text{h) } y'' + 3y' + 2y = e^{-t}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

$$\text{i) } y'' + 2y' + 5y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

$$\text{j) } y' + y = \sin 3t, \quad y(0) = 0$$

5. Oldjuk meg Laplace-transzformációval az alábbi kezdetiérték-problémákat:

$$\text{a) } x' = x + 4y, \quad y' = 2x - y, \quad x(0) = 2, \quad y(0) = -2$$

$$\text{b) } x' = 2x - 3y, \quad y' = 3x + 2y, \quad x(0) = 1, \quad y(0) = 4$$

$$\text{c) } x' = 5x - y, \quad y' = 3x + y, \quad x(0) = -1, \quad y(0) = 2$$

$$\text{d) } x' = -8y, \quad y' = 2x, \quad x(0) = 1, \quad y(0) = -2$$