

Név:

Neptun-kód:

A	B	C	1	2	3	4	5	6	7	Σ

Elmélet

- A) (5 pont) Mondja ki egy mátrix vagy lineáris transzformáció sajátértékének és sajátvektorának definícióját!
- B) (5 pont) Írja le egy n -edrendű lineáris inhomogén differenciálegyenlet és a hozzátartozó homogén differenciálegyenlet megoldásainak kapcsolatát!
- C) (5 pont) Mondja ki egy függvénysorozat konvergenciatartományának definícióját!

Feladatok

1. (6 pont) Oldja meg a megadott lineáris egyenletrendszert a λ valós paraméter függvényében!

$$\left. \begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 8 \\ x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 7x_4 &= 14 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 &= 10 \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 8x_4 &= \lambda \end{aligned} \right\}$$

2. (7 pont) Határozza meg az A mátrix inverzét minden $x \in \mathbb{R}$ esetén!

$$A = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. (6 pont) Keresse meg az $y' \cos x + y \sin x = 1$ differenciálegyenlet $y(\pi) = 1$ kezdeti érték feltételt kielégítő megoldását!
4. (7 pont) Oldja meg az $y^{(3)} - 4y'' + 4y' = 0$ differenciálegyenletet!
5. (6 pont) Határozza meg az $f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{e^y}$ függvény iránymenti deriváltjának maximumát a $P(2, 0)$ pontban. Milyen irányban lesz az iránymenti derivált maximális?
6. (6 pont) Számolja ki az $\iint_T xy \, dx \, dy$ integrál értékét, ahol T az $y = 6 - x$ és $y = x^2$ görbék határolta korlátos tartomány!
7. (7 pont) Számolja ki a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n3^{n-1}} x^n$ hatványsor konvergenciatartományát!

Emlékeztető

- Segédeszközként egyedül a honlapon található segédlet használható, számológép sem! A dolgozat megírására 90 perc áll rendelkezésre.