

# DIPLOMAMUNKA (Kivonat)

## Matroidelméleti vizsgálatok és alkalmazásai

Csehi Csongor György

Témavezető: Recski András

A matroidelmélet a matematika egy újnak számító ágazata, melyet főként a huszadik század közepétől vizsgálnak. A matroid fogalom egyaránt tekinthető a gráf, a mátrix, a projektív és affin tér fogalmak általánosításának, így közös vonásokat emel ki a gráfelmélet, a geometria és a lineáris algebra módszereiből.

Azok a tudományágak, melyek során egyszerre merülnek fel a mátrixok és a gráfok, sokszor alkalmaznak matroidokat. Főként, amikor az információ egy részét mátrixszal, más részét pedig gráffal lehet jól leírni, olyankor gyakran célravezető a matroidelmélet eszközeinek felhasználása. Számos műszaki alkalmazása van ennek az elméletnek, főleg a statikában és a villamosságtanban használják.

Hassler Whitney alapozta meg az elméletet a lineáris függetlenség fogalmából kiindulva. Később azon struktúrákat is elkezdtek vizsgálni matroidokkal, melyeken mohó algoritmus működik.

A dolgozat fő célja grafikus matroidok összegének grafikusságára vonatkozó feltételek keresése. Ezt a vizsgálódást az a sejtés motiválta, miszerint grafikus matroidok összege ha nem grafikus, akkor nem is bináris. Két speciális esetét látták eddig be ennek a sejtésnek, az elsőben az egyik összeadandó két párhuzamos élből és sok hurokélből áll, a másik pedig egy matroid önmagával vett összegére vonatkozik.

A harmadik és negyedik fejezetben szereplő eredmények képezték a TDK munkámat, ezek itt kibővítve, részletes bizonyítással olvashatók. Arra a két esetre, amikor három él van ami se nem hurok, se nem híd, azaz amikor van egy három hosszú kör, vagy amikor három párhuzamos él van, meghatároztam, hogy milyen minorok kellenek ahhoz, hogy az összeg ne legyen grafikus. A sejtés eddig igaznak bizonyult, mert pontosan ugyanekkor romlott el a bináriság feltétele is. A tételeket két lépésben bizonyítottam: az első, hogy a kritikus minorokkal vett összeg nem grafikus, a második, hogy ha nincs tiltott minor, akkor az összeg grafikus. Kezdetben a másik összeadandó minden élet huroknak vettem, majd egyre inkább bonyolultabb struktúrák fele haladva figyeltem, hogy mikor romlik el az összeg grafikussága. A könnyebb megértést a szereplő grafikus matroidok egy-egy

gráfjának megjelenítésével segítetttem.

Lovász László egy cikkében a matroidok bináriságára vonatkozó tiltott minor ( $U_{4,2}$ ) megjelenéséhez fűzte hozzá, hogy "Megjegyezzük, hogy az (e) feltétel a legérdekesebb, mert ilyen típusú feltétel várható sok más *"jellemezzük azokat a matroidokat..."* kezdetű feladatnál is."

Ezek után nem olyan meglepő, hogy az általunk vizsgált esetek is tiltott minorokat eredményeztek.

Az ötödik fejezetben az addig leírt tételeket gondoltam tovább, és azt, hogy érdemes-e ezt az irányt megtartani. A hatodik fejezet azzal foglalkozik, hogy az eredményeket hogyan lehetne szebben megfogalmazni, és azok fényében milyen további kutatásokra érdemes koncentrálni. Itt újabb eredményt sikerült bebizonyítanom, ami egy olyan speciális esetre vonatkozó sejtéshez vezetett, amiben az egyik matroid  $n$  párhuzamos élből és sok hurokból áll.

Az utolsó fejezet egy kis betekintést nyújt abba, hogy az alkalmazások terén milyen aspektusban jelenik meg a vizsgált problémakör.