

DIPLOMAMUNKA

Izoptikus görbék állandó görbületű geometriákban KIVONAT

Csima Géza

Témavezető: Szirmai Jenő
docens
BME Matematika Intézet,
Geometria Tanszék

BME
2012

A diplomamunkában a látókörívtétel általánosítását tűzzük ki célul, melyet az irodalom izoptikus görbének nevez.

Főbb eredmény, melyet a dolgozat elején ismertetünk részletesen, a konvex zárt görbékre vonatkozik. Legyen adott egy C görbe és a hozzá tartozó tartófüggvény $p(t)$. Ekkor a görbe α -szögű izoptikusa:

$$z_\alpha(t) = p(t)e^{it} + \left(-p(t) \cot(\pi - \alpha) + \frac{1}{\sin(\pi - \alpha)} p(t + \pi - \alpha) \right) ie^{it}$$

Kiszámítjuk továbbá az ellipszis tartófüggvényét és behelyettesítve a képletbe; zárt formulát kapunk az ellipszis izoptikusára, melyet ezután egy differenciálgeometriai módszerrel is kiszámolunk.

Implicit egyenletet adunk az összes másodrendű görbe izoptikusára, melyhez egy szerkesztési eljárást használunk fel és ábrázoljuk is őket a *Mathematica* programmal.

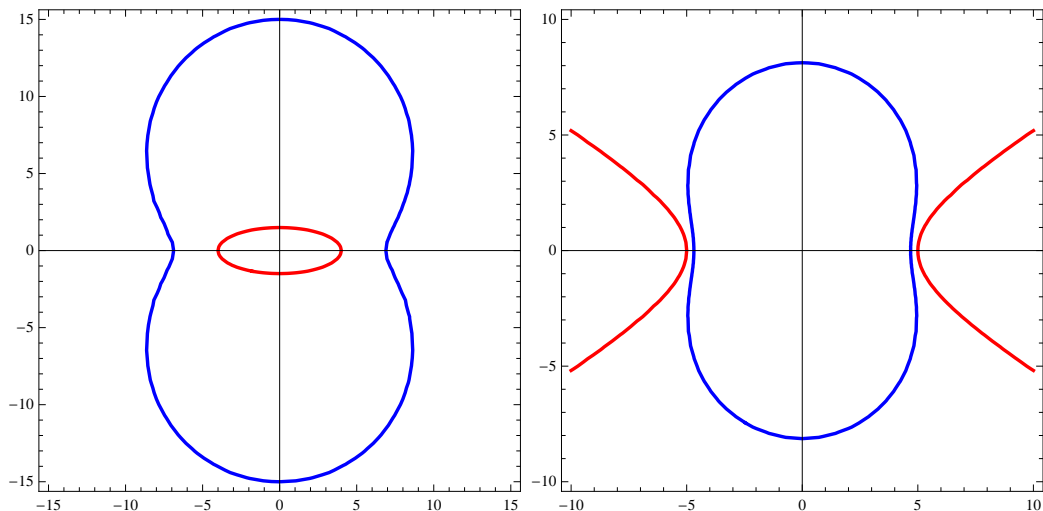


Figure 1: Ellipszis izoptikusa $\alpha = \pi/6$, Hiperbola izoptikusa $\alpha = \pi/3$

Ismertetjük a projektív gömb modelljét, aminek segítségével a nem-euklideszi geometriák felé vesszük az irányt.

Elsőként a Bolyai-Lobacsevszkij-féle hiperbolikus geometriát tekintjük és meghatározzuk a szakasz izoptikusát, majd a hiperbolikus kúpszeletek egyenleteit. A modell segítségével módszert találunk az izoptikusaik kiszámítására. Minden esetben ábrákkal illusztráljuk a kapott görbéket.

Az elliptikus geometriában is elvégezzük ugyanazokat a lépéseket, melyeket a hiperbolikusban megtettünk, mivel a módszer itt is működőképes. A félgömbmodellben és a projektív síkon ábrázoljuk eredményeinket.

A diplomaterv fő célkitűzése az alapvető másodrendű görbék izoptikusainak tisztázása az összes állandó görbületű geometriában.