

SZAKDOLGOZAT KIVONATA

Gauss- és Jacobi-összegek, alkalmazásokkal

Czirók Emese

Témavezető: Dr. Rónyai Lajos

A Szakdolgozat fő témája a Gauss- és Jacobi-összegek valamint néhány alkalmazásuk bemutatása. Ehhez azonban elengedhetetlen először néhány alapvető - számelméleti definíció és tétel ismertetése, majd a multiplikatív karakterek tanulmányozása. Ezekhez megalapozásként a 3. fejezetben összefoglaljuk a kvadratikus maradékokkal és Legendre-szimbólummal kapcsolatos legfontosabb definíciókat és tételeket, majd a 4. fejezetben a multiplikatív karakterekkel és azok legfontosabb tulajdonságaival fogunk foglalkozni. A 4.2. fejezetben bemutatjuk a multiplikatív karakterek egy alkalmazását, melyet később a Jacobi-összegek tárgyalásakor használni fogunk.

Ez után az előkészítés után a 5. fejezetben rátérünk a Gauss-összegekre. Itt a definíció és az elemi tulajdonságok mellett a Gauss-összegek abszolút értékét meghatározó tételekkel fogunk foglalkozni, majd pedig az 6. fejezetben bemutatunk két alkalmazását. Ezek közül az egyik a kicsit több mint százhusz éves Stickelberger-tétel egy Gauss-összeg által generált ideál prímeideálokra való faktorizációjáról. A másik pedig egy az ezredfordulóról származó szép alkalmazás a normagráfok spektrumának meghatározásához.

Ez után a 7. fejezetben a Jacobi-összegeket fogjuk tekinteni, először csak speciálisan két karakter esetén, majd pedig ezt általánosítva. A tárgyalt tételek az alapvető tulajdonságok mellett a Gauss-összegekkel való kapcsolatával, illetve ezek felhasználásával a Jacobi-összegek abszolút értékével foglalkoznak. Később a 8. fejezetben a Jacobi-összegek két alkalmazását tekintjük át. Ezek közül az egyik az $x^n + y^n = 1$ alakú egyenletek megoldásszámának meghatározása prímmrendű testekben. A másik pedig Fermat híres karácsonyi tételének egy Jacobi-összegeket alkalmazó néhány soros bizonyítása, mely jóval elegánsabb, mint a legtöbb eddigi bizonyítás.