

SZAKDOLGOZAT KIVONAT

Egy harmadrendű Fuchs-féle egyenletekkel kapcsolatos dimenzióvizsgálat

Ivanics Péter, matematika BSc szak

Konzulens: dr. Szabó Szilárd, BME Geometria Tanszék

A dolgozat geometriai motivációját egy Riemann-felület fölötti vektornyalábon értelmezett logaritmikus konnexiók modulusterének egy nyílt halmazon történő koordinátázása adja. Ennek vizsgálata hasznos a Riemann-felületek fundamentális csoportjának és a csomóelmélet néhány kérdésének jobb megértéséhez. A probléma az N dimenziós komplex projektív téren megadott n db szingularitással (P) és N db látszólagos szingularitással (Q) jellemzett Fuchs-féle differenciálegyenlet vizsgálatára vezet. Utóbbi egy közönséges, lineáris, racionális együtthatós differenciálegyenlet. A szingularitások és látszólagos szingularitások számát, illetve a differenciálegyenlet rendjét egyaránt a modulustér határozza meg.

A fellépő Fuchs-féle differenciálegyenlet együtthatói megadott rendű polinomok hányadosaként jelentkeznek. A feladat: a P , Q halmazoknak, a szingularitások sajátértékeinek és egyéb paramétereknek a függvényében eldönteni, hogy meghatározhatóak-e egyértelműen a differenciálegyenlet együtthatói, avagy nem.

A dolgozatban a harmadrendű esetet vizsgálom, először általános n -re, majd a számítások nehézsége miatt választ a kérdésre – egyelőre – csak $n = 2$ és $n = 3$ esetben tudok adni. Az együtthatókra vonatkozó egyenleteket Frobenius-módszerrel állítom elő a differenciálegyenletből, majd az így nyert lineáris egyenletrendszer mátrixának determinánsát számolom ki konfluens Vandermonde-mátrixok segítségével. A nagyméretű, sokváltozós polinomok kezelését Mathematica 7.0 szoftverrel végzem. A determináns egy algebrai varietást határoz meg a modulustéren.

A dolgozat fő eredménye az $n = 2$ ill. $n = 3$ esetben a generikus teljes rangúság bebizonyítása és a determináns kiszámítása. Ezzel egy konkrét, legkisebb lehetséges méretű nemtriviális példát adtam a [3] cikkben általánosan tárgyalt problémára. A továbbiakban elsődleges cél a meghatározott diszkriminánsvarietás vizsgálata, hosszabb távon pedig a modulustér tulajdonságainak felderítése.

Irodalom

- [1] ANOSOV D. V. and BOLIBRUCH, A. A., *The Riemann-Hilbert problem*, Aspects of Mathematics, Friedrich Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft, 1994. (ISBN: 3-528-06496-X)
- [2] PUT, Marius van der and SINGER, Michael F., *Galois Theory of Linear Differential Equations*, Springer-Verlag, 157–185, 2003. (ISBN: 3-540-44228-6)
- [3] DUBROVIN, Boris and MAZZOCCO, Marta, *Canonical structure and symmetries of the Schlesinger equations*, Communications in Mathematical Physics, 271 (2), 289–373, 2007.
- [4] SZABÓ Szilárd, *The dimension of the space of Garnier equations with fixed locus of apparent singularities*, manuscript, 2011.