

# Az utazó ügynök probléma heurisztikái és Christofides algoritmusai

Kivonat

Podonyi Anikó

*Témavezető: Barta Zsuzsanna, Illés Tibor*

A dolgozatban egy olyan problémát vizsgáltunk, amely több mint két évszázada jelent meg: az utazó ügynökök problémáját. A problémára kis méretű feladatok esetén meg lehet találni az egzakt megoldást. NP-teljsége miatt nem ismert polinomiális idejű algoritmus, mellyel megkaphatnánk a tökéletes megoldást nagy méretű feladatok esetén. Különböző heurisztikák születtek emiatt, melyekkel olyan megoldásokat kapunk, amik közel vannak az optimumhoz.

A 2. fejezet elején megfogalmaztuk magát a problémát, melyet a gráfelmélet segítségével átültettük a matematika nyelvére. Röviden ismertettük a feladat történelmét, hogyan is indult útjára, kik voltak az első jeles matematikusok, akik a problémát megfogalmazták illetve felvetették az első kérdéseket a témában. Élsúlyozott gráfként ábrázoltuk a városokat és utakat, így osztályozni tudtuk a különböző típusú feladatokat az éleken szereplő súlyfüggvény szerint. Az osztályozás közül leggyakrabban az euklideszi utazó ügynök problémával foglalkoztunk.

A 3. fejezetben az euklideszi utazó ügynök probléma esetén jól működő elemi heurisztikákat ismertettünk. A fejezet első felében körépítő algoritmusokat mutattunk be, melyek egy csúcsból illetve egy élből indultak ki és innen készítették egy kört, ami minden csúcson áthalad legalább egyszer. Megoldáskeresésük egyszerű és gyors, mohó elven alapul, éppen ezért gyakran ad az optimálistól távol lévő megoldást, erre mutattunk is egy példát. A fejezet másik részében túranövelő algoritmusokat ismertettünk. Működési elvük egyszerű: kiindulnak egy élből vagy egy körből, és ezt növelik valamilyen szabály szerint, arra törekedve, hogy az új csúcs beszúrásának költsége mi-

nimális legyen. A túranövelő algoritmusokkal kapott megoldások általában jobb eredmény adnak, mint a mohó elven alapulók.

Az utolsó, 4. fejezetben Christofides algoritmusait ismertettük. Christofides három különböző algoritmusa három típusú feladatra ad megoldást. Először azt az esetet vizsgáltuk, amikor egy ügynökünk van és az élek minimális súlyú fedésére törekszünk. Az algoritmus végrehajtásához szükséges volt minimális súlyú útkereső és maximális párosítást találó algoritmusokra. Két eljárást mutattunk minimális súlyú utak keresésére: Dijkstra algoritmusát olyan gráfokon alkalmazhatjuk, melyek nem tartalmaznak negatív élsúlyokat, Floydét pedig olyanokra, amik nem tartalmaznak negatív összsúlyú kört. Szükségünk volt még egy párosítások keresésére alkalmas eljárásra, így ismertettük Edmonds algoritmusát. A második problémánál a csúcsok minimális súlyú fedése a célunk. Az itt bemutatott algoritmus adja a legjobb elméleti megoldást a feladatra. A harmadik algoritmus a legbonyolultabb, és ez áll legközelebb a valós probléma megoldásához, itt feltettük, hogy nem csak egy ügynökünk van. Az ügynökökhöz rendeltünk egy értéket, ami azt jelzi, hogy mekkora az a mennyiség, amit egyszerre ki tudnak szállítani. Itt elsődleges feladatunk az élek fedése volt, viszont az előzőekkel ellentétben ez a fedés több körből is állhatott.

A későbbiekben szeretnénk a Fővárosi Közterület-Fenntartó Zrt.-vel egy projekt keretein belül együtt dolgozni. A szakdolgozatban összegyűjtött algoritmusok felhasználásával tanulmányoznánk a gyűjtőjáratok útvonalát, és amennyiben lehetséges igyekszünk javítani rajtuk.