

Tartalmi összefoglaló

Geszler Döme matematikus B.Sc. hallgató

# A szúdoku rejtvény egy kiterjesztésének matematikai elemzése

című szakdolgozatához

A sudoku eredetét Leonard Euler (1707–1783) svájci matematikus nevéhez kötik, mivel a megoldott sudoku a latin négyzet egy speciális esete, és a latin négyzetekről először Euler publikált, azonban a sudokuhoz hasonló rejtvényt csak 1982. november 19-én közöltek a párizsi Le Siècle napilapban, ahol is egy részlegesen kitöltött  $9 \times 9$ -es bűvös négyzet szerepelt  $3 \times 3$ -as alnégyzetekkel. A napjainkra rendkívül népszerű rejtvényjáték mai formáját a 74 éves amerikai nyugdíjas építész, Howard Grans tervezte, és 1979-ben publikálta először a Dell Magazines-ben Number Place néven. A rejtvény diadalútja Japánba kerülése után indult el. Ott 1984-ben jelent meg először a Monthly Nikolistban. A ma általánosan elterjedt sudoku kifejezés is innen ered: *Suuji wa dokushin ni kagiru*, vagyis minden számjegy csak egyszer szerepelhet. Mára a sudoku annyira népszerűvé vált, hogy 2006. óta minden évben világbajnokságot rendeznek belőle.

A feladat matematikai elemzése sokféle vizsgálatot igényel. Dolgozatomban felsorolom a legfontosabb következtetéseket, melyeket a nehezebb rejtvények megoldásához fel lehet használni. Például ilyen az XYZ-szárny nevű algoritmus, melynek segítségével egy adott cellára az oda beírható számok halmazát csökkenthetjük. Vizsgálataim során felhasználtam a Műegyetem matematikusi képzésének olyan tárgyait, mint kombinatorika és gráfelmélet, algoritmuselmélet, operációkutatás, lineáris algebra, sage nyelven számítógépprogramot is írtam, és a futási eredményekből következtetéseket vontam le. Számos új matematikai probléma is felmerült.

Kiderült: a méretében nem korlátozott sudoku rejtvény megoldhatósága NP-teljes. A gyakorlatban előforduló méreteken ( $9 \times 9$ ,  $12 \times 12$ ) az ismert algoritmusok jól használhatók rejtvények készítésére és megfejtésére. Külön érdekes az egyértelmű befejezhetőség kérdésköre. A munka során egy új kérdés is felmerült a sudoku egészértékű programozási feladatként való felírása kapcsán: milyen méretű sudokuk együtthatómátrixa teljesen unimoduláris? Sejtés, hogy a  $4 \times 4$ -esé az, de azt biztosan tudhatjuk, hogy egy méret felett már nem lehet az, hacsak nem  $P = NP$ . Ez újabb érdekes kérdést is fölvet: hogyan dönthető el hatékonyan egy nagyméretű  $0 - 1$  mátrixról, hogy TUM-e?

Budapest, 2012. május 10.