Dirichlet-Voronoi cellák $\mathrm{S}^2 \times \mathrm{R}$ és $\mathrm{H}^2 \times \mathrm{R}$ geometriákban

(Diplomamunka kivonat)

Az n-dimenziós $(n \geq 2)$ euklideszi, hiperbolikus és szférikus geometriák, amelyeket állandó görbületű geometriáknak is nevezünk, még ma is igen intenzíven vizsgált, kutatott területei a matematikának és számos más tudományág felhasználja az itt elért eredményeket. Itt is sok nyitott kérdéssel találkozhatunk, viszont a többi 5 Thurston geometriában néha még az alapfogalmak pontos megfogalmazása sem történt meg.

Ebben a dolgozatban két hasonló szerkezetű Thurston-féle térrel foglalkozunk, először az $\mathbf{S}^2 \times \mathbf{R}$ geometriát vizsgáljuk majd az itt levezetett eredményeket alkalmazzuk az analógiát felhasználva a $\mathbf{H}^2 \times \mathbf{R}$ terre is. Mindkét geometria direkt szorzatként állítható elő, az előbbit a gömbfelület és a valós számegyenes, utóbbit a hiperbolikus sík és a valós számegyenes direkt szorzataként adhatjuk meg.

A diplomamunka a BSc szakdolgozatom folytatásának tekinthető. A dolgozat első részében bevezetjük a projektív modellt, megismerjük alapfogalmait és számolási technikáit, majd a két geometria projektív beágyazását írjuk le. A leírás két dimenzióban szemléletesebb, ezért a projektív sík modelljét részletesebben tárgyaljuk, majd ezt terjesztjük ki három dimenzióra.

A következő fejezetben az $\mathbf{S}^2 \times \mathbf{R}$ geometria geodetikusainak számításával bevezetjük a távolság fogalmát, alap állításokat, megfigyeléseket teszünk az $\mathbf{S}^2 \times \mathbf{R}$-távolsággal kapcsolatban. Ezeket felhasználva definiáljuk a geodetikus gömböt és ekvidisztáns felületet, amely az euklideszi szakaszfelező merőleges sík fogalmának általánosítása és fontosságát a *Dirichlet-Voronoi cellák* $\mathbf{S}^2 \times \mathbf{R}$ térben történő bevezetésénél láthatjuk, ezért a részletesen tárgyaljuk a hozzá kapcsolódó számításainkat. Hasonló gondolatmenetet alkalmazunk a $\mathbf{H}^2 \times \mathbf{R}$ tér vizsgálatánál is.

Az utolsó fejezetben egy rövid áttekintést adunk a $\mathbf{S}^2 \times \mathbf{R}$ tér kristálycsoportjairól, egy tércsoport-osztályon bemutatjuk a struktúrát, amelyet elemeznünk kell, definiáljuk az *első korona* fogalmát, állítást fogalmazunk meg a Dirichlet-Voronoi cellát alkotó releváns pontokról, illetve az eltolási paraméter függvényében tárgyaljuk a cellák kombinatorikus felépítését.

E. MOLNÁR, The projective interpretation of the eight 3-dimensional homogeneous geometries. *Beiträge zur Algebra und Geometrie (Contributions to Algebra and Geometry)*, **38 No. 2** (1997), 261-288.

J. PALLAGI, B. SCHULTZ, J. SZIRMAI, Visualization of geodesic curves, spheres and equidistant surfaces in $\mathbf{S}^2 \times \mathbf{R}$ space, *KoG* **14** (2010), 35-40.

J. PALLAGI, B. SCHULTZ, J. SZIRMAI, Equidistant surfaces in $\mathbf{H}^2 \times \mathbf{R}$ space, *KoG* **15** (2011), 3-6.