

# DIPLOMAMUNKA KIVONAT

## Gráfok Murvázási és Optimális Murvázási Száma

Papp László

Témavezető: Dr. Katona Gyula Y.

Diplomamunkámban gráfok murvázási kérdéseivel foglalkoztam. A murvázási feladat az úgynevezett kövezési feladat általánosítása. Egy egyszerű, összefüggő gráf csúcsaira köveket helyezünk, majd ezeken az úgynevezett kőelosztásokon hajtunk végre transzformációkat a kövezési és murvázási lépések segítségével. A kövezési lépés egyszerűen a következő: ha egy csúcson legalább két kő van, akkor leveszünk róla két követ és egyet felteszünk egy szomszédos csúcsra. A murvázási lépés ennek a módosítása. A kérdés általában az, hogy milyen tulajdonságú elosztásokból tudunk eljutni előre megadott elosztásokba. A témakör két kulcsfontosságú mennyisége a murvázási szám, valamint az optimális murvázási szám.

Dolgozatom három fejezetre bontható. Az elsőben összefoglalom a murvázási témakör eddigi eredményeit. A másodikban direkt szorzatként előálló gráfok optimális murvázási számát vizsgálom. A harmadikban pedig javítást adok a Czygrinow tételre abban az esetben ha a gráf nem tartalmaz bizonyos részgráfokat.

A második részben meghatározom a létra, az  $n$ -prizma és a Möbius-létra gráfok optimális murvázási számát. Az állítások bizonyítása során egyéb murvázási számmal kapcsolatos eredményeket is igazolok. Belátom, hogy a kör 2-optimális murvázási száma megegyezik a méretével.

A Czygrinow tétel felső korlátot ad egy gráf optimális kövezési számára a csúcsszám és a gráfban található legkisebb fokszám segítségével. Ezen tétel optimális kövezési szám verzióját vizsgálom, mivel az optimális murvázási és optimális kövezési szám kapcsolata miatt ez a feladat nehezebb, illetve ebből következik a tétel murvázás esetén is. Lényegében  $\frac{3}{4}$ -szeres javítást adok ezen felső korlátra abban az esetben ha a gráf nem tartalmaz háromszöget, valamint  $\frac{7}{8}$ -szorost, ha a gráfban nem található négy hosszú kör.