

# A Malliavin kalkulus és közelítése diszkrét bolyongással

## Kivonat

Jelen dolgozat fő témája a Malliavin kalkulus. Ez a Paul Malliavin nevéhez fűződő elmélet az 1970-es években jött létre, azzal a céllal, hogy sztochasztikus differenciálegyenletek megoldásainak regularitását vizsgálja. Ennek megfelelően egyik legfontosabb szerepe Hörmander tételével analóg állítások bizonyításában van, melyek valószínűségi változók abszolút folytonosságáról, illetve sűrűségfüggvényének simaságáról szólnak. Az elméletet később jelentősen fejlesztették, napjainkban a pénzügyi matematikában tölt be fontos szerepet. E terület népszerűsége indokolja, hogy a matematikai elmélet felépítése minél egyszerűbb eszközök használatával történjék. A kapcsolódó fogalmak esetén erre ad lehetőséget egy Szabados Tamás által kidolgozott Twist and Shrink közelítési eljárás. Ez a módszer egyszerű, szimmetrikus véletlen bolyongások segítségével közelíti majdnem biztosan a Brown-mozgást (Wiener-folyamatot). Az ezáltal nyert bizonyítási eljárás pedig az ismert állításokat (például az Itô-féle sztochasztikus integrál tulajdonságai, Itô-formula) egyszerűbben kezelhető diszkrét állításokon keresztül adja meg.

Ennek jegyében a dolgozat három részből épül fel. Az első részben ismertetjük a Malliavin kalkulus felépítését és legfontosabb eredményeit. Ennek a résznek fő célja, hogy bemutassa az ún. Clark-Ocone formulát, mely formula a pénzügyi matematika több területén is fontos szerepet tölt be. A második részben a Twist and Shrink eljárás részleteit ismertetjük a hozzá kapcsolódó alapvető eredményekkel. Végül a harmadik részben egy a témakörhöz kapcsolódó új eredményt ismertetünk. Itt a Malliavin kalkulus alapját képező többes sztochasztikus integrál egy, az eddigiektől eltérő felépítését tárgyaljuk a Twist and Shrink módszer alapján.