

DIPLOMAMUNKA KIVONATA

Kvadratikus testek osztályszáma

Czirók Emese

Témavezető: Dr.Kiss Sándor

A Diplomamunka témája a kvadratikus testbővítések osztályszámának vizsgálata, valamint az ezzel kapcsolatos eredmények bemutatása. Ehhez szükséges először számos alapvető számelméleti definíció és tétel ismertetése. Ezért a 3. fejezetben a néhány testbővítéssel kapcsolatos fogalom és tétel bemutatása után az ideálok legfontosabb tulajdonságaival foglalkozunk. Az egyszerű racionális testbővítéseket illetve a racionális testeket jellemzi az úgynevezett osztályszám, vagy ideálosztályszám. A 3.2. fejezetben körüljárjuk az osztályszám és a számelmélet alaptétele közti legfontosabb összefüggést is, mely szerint akkor és csak akkor igaz egy gyűrűben a számelmélet alaptétele, ha az osztályszáma 1.

Ez után az előkészítés után rátérünk a kvadratikus testek osztályszámának részletesebb vizsgálatára. Rengeteg sejtés, illetve tétel foglalkozik az úgynevezett osztályszám problémával, mely arra a kérdésre keresi a választ, hogy az osztályszám milyen kvadratikus testek esetén lesz 1. A sejtés az, hogy véges számú esettől eltekintve az osztályszám nem lehet 1. Azonban ezt egyelőre még nem sikerült bizonyítani.

A 4. fejezetben először a komplex esetet vizsgáljuk, mely az évek során könnyebbnek bizonyult, mint az általános eset, ugyanis Harold Stark a XX. század elején bizonyította, hogy itt valóban csak néhány bővítésnél lesz az osztályszám értéke 1. A fejezetben a bizonyításhoz szükséges alapvető fogalmakat ismertetjük, illetve Stark bizonyításának vázlatát adjuk meg.

Később az 5. fejezetben áttérünk a valós esetre. Ebben az esetben - az előzőekkel szemben - nem tudjuk biztosan, hogy az osztályszám mely esetekben 1, és mely esetekben nem. Ezzel kapcsolatban egyelőre csak részeredményeket ismerünk. Ezek közül egy az úgynevezett Yokoi-sejtés, melynek bizonyítását Bíró András adta meg. Az 5.1. fejezetben ezen a bizonyítást részletesen bemutatjuk. Ehhez a mellékletben egy MATHEMATICA programot adunk meg, mely nagyban megkönnyíti a tétel bizonyítását.

A későbbi fejezetekben két további eredményt említünk, melyek bizonyítása Bíró Andrásnak a Yokoi-sejtésnél használt gondolatmenetét követi kisebb-nagyobb vál-

toztatásokkal. Ezekben az esetekben a változtatás, és az azokból adódó módosult eredményeket is említjük. Ezen kívül bizonyítás nélkül említünk további eredményeket, melyek szükséges illetve elégséges feltételeket adnak az osztályszámmal kapcsolatban.