DIPLOMAMUNKA KIVONAT

Logaritmikus konnexiók Fuchs-féle egyenletekkel való előállításának bázishelye

Ivanics Péter, matematikus MSc szak

Konzulens: dr. Szabó Szilárd, BME Geometria Tanszék

A dolgozat geometriai motivációját egy Riemann-felület fölötti vektornyalábon értelmezett logaritmikus konnexiók modulusterének ($\mathcal{M}$) egy nyílt halmazon történő koordinátázása adja. A modulustér és a koordinátarendszer tanulmányozása további geometriai problémákhoz kapcsolódik, mint például a Riemann-felületek fundamentális csoportja vagy a csomóelmélet, valamint a kapott Darboux-féle koordinátázás az integrálható rendszerek elméletében nyerhet felhasználást. Bizonyos, a modulustérből származó objektumoknak számelméleti jelentősége is van. A probléma az N dimenziós komplex projektív téren megadott n db szingularitással (P) és N db látszólagos szingularitással (Q) jellemzett Fuchs-féle differenciálegyenlet vizsgálatára vezet. Utóbbi egy közönséges, lineáris, racionális együtthatós differenciálegyenlet. A szingularitások és a látszólagos szingularitások számát, illetve a differenciálegyenlet rendjét egyaránt a modulustér határozza meg.

A fellépő Fuchs-féle differenciálegyenlet együtthatói megadott rendű polinomok hányadosaiként jelentkeznek. Feladat: a P, Q halmazoknak, a szingularitások sajátértékeinek és egyéb paramétereknek a függvényében eldönteni, hogy meghatározhatóak-e egyértelműen a differenciálegyenlet együtthatói, és ennek segítségével hol, milyen koordinátázás adható $\mathcal{M}$-en.

A dolgozatban a harmadrendű differenciálegyenlet esetét vizsgálom, először általános n-re, majd speciálisan $n = 3$-ra. Az együtthatókra vonatkozó egyenleteket Frobenius-módszerrel állítom elő a differenciálegyenletből, majd az így nyert lineáris egyenletrendszer mátrixának determinánsát számolom ki konfluens Vandermonde-mátrixok segítségével. A determináns egy algebrai varietást definiál a modulustéren. Az $n = 3$ esetben meghatározok további két részvarietást $\mathcal{M}$-ben, melyek segítségével egy felfújást hajtok végre ott, ahol a rendszerhez rendelt mátrix rangcsökkenése miatt az együtthatók nem lennének egyértelműen kiszámíthatók. A nagyméretű, sokváltozós polinomok kezelését *Wolfram Mathematica 8.0* szoftverrel végeztem.

A dolgozat fő eredménye általános n esetén a rendszer generikus teljes rangúságának bizonyítása, az $n = 3$ esetben pedig az $\mathcal{M}$ modulustér egy nyílt halmazának a koordinátázása – beleértve azt a nem kézenfekvő esetet is, amikor felfújást kell alkalmazni –, mely által a nyílt halmazon szimplektikus struktúra adható. Ezzel az első konkrét, legkisebb lehetséges méretű, nemtriviális példát mutattam a [2] cikkben általánosan tárgyalt problémára.

Irodalom

[1] Put, Marius van der and Singer, Michael F., *Galois Theory of Linear Differential Equations*, Springer-Verlag, 157–185, 2003. (ISBN: 3-540-44228-6)

[2] Dubrovin, Boris and Mazzocco, Marta, *Canonical structure and symmetries of the Schlesinger equations*, Communications in Mathematical Physics, 271 (2), 289–373, 2007.

[3] Szabó Szilárd, *The dimension of the space of Garnier equations with fixed locus of apparent singularities*, Acta Scientiarium Mathematicarium (Szeged), 79, 107–128, 2013.