

Összefoglaló

Hajas Gábor

December 19, 2014

Forgácsolásról

A forgácsképződés egy főleg vékony sávban, az ún. nyírási zónában megy végbe. Természetesen a szerszámmal érintkező, azon súrlódó forgács keskeny rétege is deformálódik. A deformálódáskor azonban az összes energiának csak kis része emésztődik fel, így csak a nyírási zónát vesszük figyelembe.

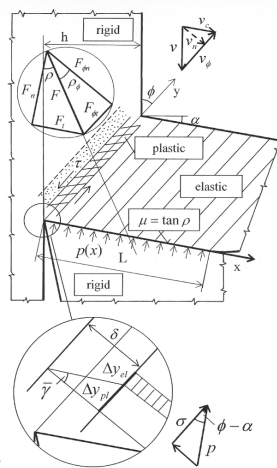


Figure 1: A forgácsoló technológiai modellje

A forgácsok 3 jellegzetes típusát az ábra 2 mutatja be. A Bayard által feldolgozott modellek csak mind statikusak, így szükségessé vált a folyamat dinamikájának kidolgozása.

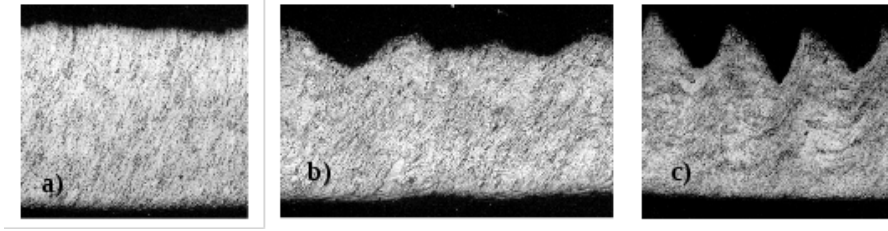


Figure 2: Rozsdamentes acél különböző forgácsolósebességgel leválasztott forgácsai a) Folyóforgács; b) Aperiodikus (káosz jellegű) forgács; c) Nyírt („lemezes”) forgács.

A teljes modell

A [2] publikációból vesszük a modellt, így a teljes matematikai levezetés mellőzésével a következők teljesülnek:

$$\dot{\tau}(t) = \frac{1 - F(t)}{h^2(t)} - 2\tau(t) \frac{\dot{h}(t)}{h(t)} \quad (1)$$

$$\dot{T}_0(t) = \zeta[T(t) - 2T_0(t)] - \xi T_0(t) \quad (2)$$

$$\dot{T}(t) = \eta\tau F(t) - \zeta[T(t) - T_0(t)] - \xi[T(t) - T_0(t - \delta t)] \quad (3)$$

$$\dot{\gamma}(t) = \frac{1}{\delta t} [F(t) - F(t - \delta t)] \quad (4)$$

$$\dot{h}(t) = \frac{\chi}{u\chi\tau(t)h^{u-1}(t) + 1} [H(t - d) - h^u(t)] \quad (5)$$

ahol a $H(t - d)$ függvényt írtuk be ennek a helyére:

$$H = H(t - d) = \dot{\tau}(t - d)h^u(t - d) + u\tau(t - d)h^{u-1}(t - d)\dot{h}(t - d) \quad (6)$$

Az anyagegyenlet a következő:

$$F(t) = \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\epsilon}_\phi} = \frac{T + 1}{T_\phi + 1} \exp \frac{\tau - \frac{1 + \epsilon_\phi^n \gamma^n}{1 + \epsilon_\phi^n} + A(T - T_\phi)}{b(T + 1)} \quad (7)$$

Az u mérésekkel vagy forgácsolástechnikai táblázatokból nyerhető konstans, a forgácsolóerőnek a rétegvastagságtól való függését jellemzi. A $\xi = 1/\delta t$, η , ζ és χ rendszerparaméterek.

Két időkéssel van dolgunk. A δt az a idő, amíg az anyag a nyírási zónán áthalad, a d pedig a munkadarab egy körfordulásának ideje.

A késleltetéses differenciálegyenleteknél a kezdeti értéket egy adott intervallumon kell definiálni. A d a munkadarab körfordulásának az ideje, így az első fordulat leírásánál egy egyszerűsített modellt használunk, amely így nem megoldása a összes egyenletnek.

Az első fordulatonál a névleges rétegvastagság idővel arányos növekedése tételezhető fel, azaz:

$$h_{01} = h_0 \frac{t}{d} \quad (8)$$

amelynek a végeredménye az első fordulat végén, amikor t forgácsolási idő megegyezik a d körülfordulás idejével, $h_{01} = h_0$.

A ténylegesen leválasztott rétegvastagság már az első fordulatonál is torzul, a forgácsolóerő hatására a rugalmas megmunkáló rendszerben bekövetkező deformáció következtében az kisebb a névlegesnél,

$$h(t) = \frac{t}{d} - \chi h^u(t) \tau(t) \quad (9)$$

Az 1. fordulatonál a (1) egyenletben ezt kell helyettesíteni. a (2)-től (4)-ig az egyenletek változatlanok, a h differenciálegyenlete (5) helyett:

$$\dot{h}(t) = \frac{1}{u\chi h^{u-1}\tau(t) + 1} \left[\frac{1}{d} - \chi h^u(t) \dot{\tau}(t) \right] \quad (10)$$

vagyis a $H(t-d)$ kifejezést az $1/d$ helyettesíti. Így az 1. fordulat alatti folyamatok kiszámíthatóak, utána pedig már minden t időpontban ismert, a rendszer állapota $t-d$ időben, így (5) használható.

A kezdeti feltételek: $h(0) = 0$, $\tau(0) = 0$ és a $t = [0, \delta t]$ intervallumban $T_0(t) = 0$, $T(t) = 0$ és $\gamma(0) = 0$.

Mathematica

A modelleket a Wolfram Mathematica (10. kiadás-verzió) segítségével számítottuk. Az **NDSolve** parancs numerikusan megoldja a megadott differenciálegyenletrendszer. Késleltetéses differenciálegyenleteket (DDE - delay differential equation) is ugyanúgy old meg, csupán a kezdeti feltételek közé kell a múltbéli értékeket is megadni.

A próbaszámítás konstansait Dr. Pálmai Zoltán javaslata alapján adtam meg: $a = 0.3$, $b = 0.012$, $c = T_\phi = 1$, $n = 0.2$, $\epsilon_\phi = 2.5$, $\delta t = 0.4$, $\eta = 4.4$, $\zeta = 4.0 - 24.0$, $u = 0.4$, $\xi = 0.005$, valamint $d = 400$. A két időkésés között így 1000-szeres a különbség.

A fent felsorolt modellek számíthatósága nem túl jó, mégis sikerül annak az árán, hogy az iterációs lépéseket (**MaxSteps** opció) felemeltem az alapbeállítás által adott 10 000-ról, 1 000 000-ra. Az opciók közül az abszolút és relatív pontosságot nem változtattam. Az első fordulat számítása nem okoz gondot, \dot{h} -ban nincs késleltetés, minden modell egy késleltetéses. Ez az idő szinte elhanyagolható, kevesebb mint 2s. A problémát az okozza, hogy mivel d értéke relatíve nagy, az első fordulat után még egy fordulat számolása ($t=800$ -ig), két késleltetéssel számolva, időigényes.

A modell implementálásába egy kisebb pontatlanságot kellett építeni, melyet nem lehetett elkerülni. Az (1) és (5) egyenletekben h negatív kitevőn van. A kezdeti feltételek szerint $t = 0$ idő előtt, minden érték 0, utána vág bele a szerszám a munkadarabba. E miatt nem csak 0-val osztunk, és gyököt vonunk, hanem a következő lépésben a gépi epszilonnal is. Ha a 0-tól egy If-es feltétellel elhatárolódunk, ez a numerikus probléma megszűnik. Hibát követünk el, ami lényegében elhanyagolható. A modell nem a kezdeti, hanem az általános viselkedést hivatott vizsgálni, ezért ennek a hatását nem vizsgáltam.

Lyapunov kitevő

A Lyapunov kitevő mérték arra, hogy egy dinamikai rendszerben egy fix trajektória környezetében konvergálnak vagy divergálnak-e a trajektóriák. Tekintsük a kezdeti érték körülötte hipergömböt a fázistérben, ezt a rendszer az idővel torzítja, kellően rövid idő elteltével (amikor lineárisnak tekinthetjük) akkor hiperellipszoidot kapunk, mely a tengelyek mentén zsugorodhat vagy nyúlhat. A nyúlás mértékét rendezve megfeleltetjük a $(\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_n)$ -nak. A legnagyobb kitevő a λ_1 méri a legjobban növekvő tengely menti asszimptotikus növekedés mértékét.

Tekintsünk két közeli pontot, x_0 -t és $x_0 + u_0$ -t. A két pont fejlődése t idő után nyilván $f^t(x_0)$ és $f^t(x_0 + u_0)$. Így a perturbáció x_0 -hoz képest a következő lesz:

$$u_t \equiv f^t(x_0 + u_0) - f^t(x_0) = D_{x_0} f^t(x_0) \cdot u_0 \quad (11)$$

ahol a D_{x_0} az f^t linearizáltja. Így a trajektóriák átlagos változását a következő módon definiáljuk:

$$\lambda(x_0, u_0) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \frac{\|u_t\|}{\|u_0\|} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \|D_{x_0} f^t(x_0) \cdot u_0\| \quad (12)$$

ahol természetesen $\|u\|$ az u normája. Ha $\lambda(x, u) > 0$, akkor a közeli pályák exponenciálisan divergálnak. Megmutatható gyenge feltételek teljesülése esetén a (12) limesz létezik, véges majdnem minden $x_0 \in M$ -re, és majdnem minden u_0 -ra egyenlő λ_1 -el [1].

Eredmények

A javasolt modell vizsgálatát az itt fel nem sorolt egyszerűsített modellekkel kezdtük. Először egy majd a két késleltetéses rendszereket vizsgáltuk. Így kimutatható volt néhány olyan tulajdonság, amit a konkrét kísérleteken is megfigyeltek.

- A d időeltolás hatása mindkét egyenletrendszer kaotikus megoldásánál annak ellenére kimutatható, hogy az egy késleltetési modelleknél a regeneratív hatást nem vesszük figyelembe. Arra vonatkozóan hogy a d -nek illetve a $d/\delta t$ viszonyozámnak ez a hatása milyen törvényszerűséget követ, nem sikerült ellenőrizhető megállapítást tenni. A stabil periodikus megoldásnál a d -nek ez a hatása nem jelentkezik.
- A ζ értékét változtatva a vizsgált modellek hasonlóan viselkednek. Kis ζ értékeknél periodikus megoldás adódik. A ζ egészen kis értékeinél egyciklusú megoldás kapható, amely ζ növekedésével 2 majd 4-ciklusú függvényekbe megy át, majd kaotikussá válik. Végül ζ további növelésével fixpont állapotot érhetünk el, amely meglehetősen kis átmenettel következik be: az A modellnél $\zeta = 49$ értéknél még kaotikus a rendszer, viszont $\zeta = 50$ -nél már fixpont megoldás adódik, amely a konstans vastagságú ú.n. folyóforgácsnak felel meg.
- A fixpont megoldások ζ egy átmeneti intervallumában tranziens káosz után alakulnak ki.
- Egyes esetekben a γ deformációnál az ismétlődő "legvastagabb" kilengések ideje megeyeznek δt -vel.
- Az η értékek variálásánál, az $\eta = 4.4$ -től lefelé haladva gyorsan változik a megoldások szerkezete. Az $\eta = 3.9$ -nál még kaotikus a megoldás, $\eta = 3.8$ -nál pedig stabil fixpont. E tekintetben a vizsgált változatok között nincs érdemleges különbség.

References

- [1] V.I. Oseledec. A multiplicative ergodic theorem: Lyapunovcharacteristic numbers for dynamical systems. *Trans. Moscow Math. Soc.* 19:197-231, 1968.
- [2] Pálmai Z. Egy lokális deformációval megvalósuló fémtechnológia matematikai modellezése. *Anyagok Világa XI. 2*, 2013.