

# Szakdolgozat kivonat

Racionális egylépéses módszerek  
kezdetiérték-feladatok numerikus megoldására

Csikós Alexandra

Témavezető: Horváth Róbert, Matematika Intézet, Analízis Tanszék

Egy-egy valós probléma differenciálegyenletben való megfogalmazása nemcsak a matematikában, de a fizikában, a közgazdaságtanban, mérnöki tudományokban és más egyéb tudományban is lényeges funkciót tölt be. Felírható vele a legtöbb természettudományokban előforduló alaptörvény vagy időtől függő gazdasági folyamat-modell.

Létezhet olyan eset, amikor a differenciálegyenlet ún. merev egyenlet, és ilyenkor adódhat, hogy a használt numerikus módszer alkalmazhatatlanná válik. Valamennyi klasszikus numerikus módszer tehát rosszul viselkedik merev, illetve szinguláris feladatokra alkalmazva egyaránt. Ez abból következik, hogy polinomos közelítésen alapulnak.

Erre a problémára megoldást nyújthatnak a racionális módszerek, amelyek algoritmusaiiban a kezdetiérték-feladat pontos  $y(x)$  megoldásának közelítő függvényei racionális törtfüggvények. Az ilyen egylépéses módszerekről szól a szakdolgozatom, amiben a módszerek általános tulajdonságait és a megértéshez tartozó alapfogalmakat ismertetjük.

Az 1. fejezetben a differenciálegyenletekre vonatkozó elméleti összefoglaló után a klasszikus numerikus eljárásokkal foglalkozunk. Megismerkedünk a merev feladatok és a későbbi fejezetekben használt racionális interpoláció fogalmával.

A 2. fejezetben részletesen vizsgáljuk különböző kezdetiérték-feladatok segítségével, hogy a klasszikus numerikus sémák hogyan viselkednek stabilitási szempontból. A Matlab segítségével szemléltetjük ezek pontosságát merev és tesztfeladatok esetén egyaránt. A megoldott példák alapján általánosan azt a következtetést vonhatjuk le, hogy olyan numerikus módszerek kellenek, amik bár expliciték, mégis jól alkalmazhatók merev vagy szinguláris feladatokra.

Az előzőek miatt a 3. fejezetben a racionális egylépéses módszerek különböző típusait sorakoztatjuk fel. Fatunla és Niekerk általános egylépéses módszereinek ismertetése után teljeskörű stabilitás-vizsgálatot végzünk néhány kezdetiérték- és merev problémára alkalmazva őket. Definiáljuk a racionális Runge-Kutta-módszereket, majd ezek  $A(\alpha)$ -,  $A(\alpha, \beta)$ - és  $CA_0$ -stabilitását. A  $CA_0$ -stabilitás fogalmának értelmezéséhez több konkrét példát adunk.

Igyekeztünk egy átfogó képet adni a klasszikus módszerek mellett a racionális egylépéses módszerekről és azok stabilitási tulajdonságairól.

Budapest, 2015. május 21.