

Absztrakt

A dolgozatban a Poisson-egyenlet végeelem-módszerrel történő numerikus megoldását ismertetem. A módszer előnye, hogy az eddig tanultakkal szemben már nemcsak téglalap alakú, hanem tetszőleges folytonos görbével határolt értelmezési tartományt is választhatunk az egyenletnek. A célom az volt, hogy megismerjem a végeelem-módszert, és hogy háromszögtartományokra felírt feladatok esetén eljussak a probléma felírásától egészen a számítógépes megvalósításig. Az alapképzésben nem szereplő módszert Claes Johnson *Numerical solution of partial differential equations by the finite element method* című könyvének segítségével sajátítottam el.

Először bevezetem a szükséges fogalmakat, az általános végeelem-módszert, a variációs- és minimalizációs feladatokat. Megmutatom ezek ekvivalenciáját, a gyenge megoldás létezését és egyértelműségét a Lax–Milgram-tétel segítségével, továbbá a numerikus közelítés hibájának becslését és a variációs feladatból következő lineáris egyenletrendszer merevségi mátrixának és terhelési vektorának felépítését. Egy parciális differenciálegyenletnél a kezdeti állapoton túl meg kell határoznunk a peremfeltételeket is. Először Dirichlet, majd Neumann peremfeltételekkel számolunk. Mindkettőnél bemutatom az egyenlethez tartozó variációs formulát, melynél lineáris elemeket használok a közelítéshez. Ezután kitérek a feladatot implementáló Python-kód összefoglalására, az értelmezési tartományt adó háromszögrács generálására, a pontos és a numerikus megoldás összevetésére, majd a megoldás ábrázolására is.

Bene Richárd

2016.05.27.