

Szakdolgozat kivonat

Képtár Probléma

Varga Annabella

Témavezető: Dr. G. Horváth Ákos, egyetemi docens, BME Matematika Intézet, Geometria Tanszék

A Képtár Probléma témakörében egy n csúcsú sokszög megfigyeléséhez szükséges őrök számára adunk (kombinatorikai) becsléseket, a képtár alakjának geometriai tulajdonságait is figyelembe véve. Dolgozatunkban ezen érdekes kérdéssel kapcsolatos legfontosabb eredményeket gyűjtöttük össze.

Egy képtár alatt egy n oldalú és csúcsú zárt sokszöget értünk, melynek élei lehetnek egyenesvonalúak, valamint görbevonalúak is. A sokszöget megfigyelő őröket olyan helyekre helyezzük, hogy onnan az egész képtár megfigyelhető legyen, a látószögre vonatkozó különböző megszorítások mellett. A Képtár probléma eredményeit széleskörben felhasználják, mint például: robotikában, mozgás tervezésnél, számítógépes látásnál és mintafelismerésnél, grafikában, vezetéknélküli hálózatoknál.

J.Urrutia vetette fel először a minden irányban való látás korlátozásának a lehetőségét, az Ő kérdése: mi az a minimális $f(n)$ őrszám, amellyel egy n csúcsú sokszög belátható, ha az őrök látószöge 180° és az őröknek fix helye van a sokszögben?

Dolgozatunkban bemutatjuk, hogy 360° -ú látószög esetén $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$ őr szükséges, ahhoz, hogy az egész képtárat belássuk. Fisk egy elegáns bizonyítást adott Chvatal ezen tételére, dolgozatunkban ezt fogjuk ismertetni. Algoritmus $\mathcal{O}(n)$ sebességgel működik egy már triangulált n csúcsú sokszög esetén, és Chazelle algoritmus alapján a trianguláció $\mathcal{O}(n)$ sebességgel végrehajtható. Ismertetjük az $\alpha \in [90^\circ, 180^\circ)$, valamint az $\alpha \in [60^\circ, 180^\circ)$ látószöggel rendelkező őrök vagy kamerák eseteit is Cs.D.Tóth cikke alapján.

A gyakorlatban, egy képtár élei nem csak egyenesvonalúak lehetnek, hanem konvex illetve konkáv ívek is határolhatják a sokszöget. Megmutatjuk, hogy $n \geq 2$ csúcsú szakaszosan konvex poligon őrzéséhez legfeljebb $\lfloor \frac{2n}{3} \rfloor$ őr elégséges, és esetenként szükséges is. A konkáv esetet is vizsgáljuk, ahol $2n - 4$ őr mindig elégséges a sokszög őrzéséhez. Az ehhez kapcsolódó tétel bizonyításához a Fejes Tóth László konvex testek megvilágításáról szóló cikkének technikáit és fogalmait használjuk fel. Észrevehetően ez a dolgozat a Képtár probléma előfutáraként is értelmezhető.

Budapest, 2016. május 23.