

SZAKDOLGOZAT KIVONAT

A Sol geometria fundamentális rácsainak és ekvidisztáns felületeinek vizualizálása

Kulich Ágnes

Témavezető: Szirmai Jenő

A szakdolgozatban az egyik háromdimenziós maximális, homogén Riemann geometria (Thurston geometria) egyikét, a **Sol** geometriát vizsgáljuk. Ennek az egzotikus, az euklidesztől igen eltérő szerkezetű geometriának a szemléltetését tűztük ki célul. Ezen belül két fontos struktúrának, a tér rácsainak és ekvidisztáns felületeinek vizsgálatára helyeztük a hangsúlyt.

A rácsok fogalma akár az anyagszerkezeti vonatkozások miatt is fontosak lehetnek, és a rácsokhoz tartozó Dirichlet-Voronoi cellák ábrázolása pedig az elhelyezési és fedési kérdések tárgyalása miatt lényeges, de persze ennek is megvan az anyagszerkezethez köthető fontossága, hiszen ezek is diszkrét izometriacsoport alaptartományok.

A dolgozat első fejezetében összefoglaltuk annak az univerzális modellnek a felépítését és tulajdonságait, melyet megfelelően specifikálva alkalmas a nyolc Thurston geometria megjelenítésére, így lehetőségünk nyílt E^3 -ban látni ezeket a tereket. Először két dimenzióban volt célszerű szemléltetnünk a módszert, majd áttértünk a háromdimenziós esetre a szférikus projektív modellt használva. Vizsgáltuk a távolság- és szögmérést, egyenes-pont polaritást, majd követve az analógiákat három dimenzióban is alkalmaztuk a módszert.

Dolgozatom második felében a **Sol** geometria lényegesebb fogalmait és alakzatait tekintettük át az első részben bevezetett módszert alkalmazva. A **Sol** térben a távolságot alapvetően két módon mérjük: a translációs és a geodetikus görbék ívhosszának segítségével. Ebben a dolgozatban a translációs távolsággal kapcsolatos kérdéseket vizsgáljuk. Definiáltam a translációs görbét, két pont közti translációs távolságot, a translációs gömböt. Bevezettem a diszkrét translációs csoportot vagy más néven a **Sol** rácsot, melyet hosszabban tárgyaltam. Láthattuk, hogy milyen összefüggés van a translációk és a háromdimenziós rácsok között. Ezek után a rácsok egy alcsoportjával, a fundamentális rácsokkal foglalkoztunk. A fundamentális rácsok esetében a τ_1 vektor tetszőlegesen

választható az $[x, y]$ síkkal párhuzamosan, a τ_2 pedig már az N megadásából következik hasonlóan a τ_3 vektorhoz, amelynek 3. koordinátája az N egy függvénye. Vizualizáltam egy adott fundamentális rácsnak egy fundamentális paralelepipedonját, majd ugyanazokkal a paraméterekkel vizualizáltam a megfelelő **Sol** rácsot és a paralelepipedon képeit is. Mindezek segítségével eljutottam az ekvidisztans felületek ábrázolásához, melyek a Dirichlet-Voronoi cella alappillérei. Ehhez először ki kellett számítani különböző elhelyezkedésű pontok origóval vett ekvidisztans felületeinek implicit egyenleteit. Dolgozatom befejezéseként ezek a képletek alapján reprezentáltam néhány felületet, illetve egy $D - V$ cellát a **Sol** térben.

A dolgozat fő eredményének annak a módszernek a kidolgozását tekintem, amellyel tetszőleges rács tetszőleges rácpontjához tartozó Dirichlet-Voronoi celláját ábrázolni tudjuk. Mindezek lehetőséget adnak a translációs rácsszerű gömbfedések későbbi vizsgálatához is.