

# A globális Fourier-sorfejtés alkalmazása a kompakt Lie-csoportok reprezentációelméletében

A diplomamunka kivonata

Patkó Richárd

A Lie-csoportok a matematikai rendszerek folytonos szimmetriáinak leírására alkalmas eszközök. Nevüket Sophus Lie-ről kapták, aki lefektette a folytonos transzformációcsoportok elméletének alapjait a 19. század második felében. A kompakt Lie-csoportok reprezentációelméletével többek között Cartan és Weyl foglalkozott az 1930-as években. Eredményük a  $G$  kompakt Lie-csoport komplex irreducibilis reprezentációinak teljes algebrai leírása. Ehhez egy  $T \subset G$  maximális tórusz  $\mathfrak{g}$  Lie-algebrán tekintett adjungált reprezentációjának gyökeit használták fel.

Ezeket az eredményeket Bott, Borel, Weil és Hirzebruch fejlesztette tovább az 1950-es években. Munkájukban konkrét geometriai konstrukciót mutattak az irreducibilis reprezentációkra. Ez a konstrukció egy komplex sokaságstruktúrával látja el a  $G/T$  sokaságot, és a fölötte tekintett holomorf vonalnyalábok holomorf szeléseinek terén definiál egy  $G$ -modulusstruktúrát.

A dolgozatban bemutatjuk a Lie-csoportok és reprezentációelméletük elméletének alapjait, különös tekintettel a principális nyalábok és a Fourier-sorfejtés szerepére. Majd áttérve a kompakt Lie-csoportok fölötti differenciálható vonalnyalábokra, bemutatjuk a kévék és karakterisztikus osztályok elméletét, és leírjuk a vonalnyalábok trivialitásához vezető állításokat.

Ezek után a dolgozat fő eredményeként osztályozzuk a  $G/T$  sokaság integrálható komplex struktúráit, majd informálisan leírjuk a reprezentációk konstrukcióját és az odavezető állításokat.