

Bonyolultsági osztályok és a Cook–Levin-tétel

Kivonat

Szabó Martin

Témavezető: Dr. Rónyai Lajos

A dolgozat első felében a Cook–Levin-tételt bizonyítjuk be. Első lépésként bemutatjuk a standard Turing-gépet, és a Turing-gép segítségével megadható **P** és **NP**-osztályt. Beláttuk, hogy az **NP**-nyelvosztály azonos a nemdeterminisztikus Turing-gépek által polinom időben kiszámítható feladatok halmazával, és definiáltuk az **NP**-teljességet a Karp-redukció alkalmazásával.

Mivel a Cook–Levin-tételben említett **SAT** volt az első nyelv, amiről sikerült belátni, hogy **NP**-teljes, ezért itt a Karp-redukció egy nemdeterminisztikus Turing-géppel felismerhető nyelvre vezet vissza. Többek között felhasználtuk azt, hogy minden bináris szót meg tudunk adni egy Boole-formula segítségével, és hogy a Turing gép minden lépésben egyszerre csak egy kevés jelet olvas be és változtat meg a szalagjain.

A fent említett **P** és **NP** osztályokon kívül több a gyakorlatban is hasznos osztály létezik. Ezekre mutatunk néhány példát a dolgozat második felében. Az első ilyen osztály volt az **RP**-osztály. Egy **RP**-beli feladatra is láthattunk példát: a polinomazonosság tesztjét (PIT). Szó esik még a Schwartz–Zippel-lemmáról, és az ebből adódó véletlent használó polinom idejű PIT-algoritmusról is.

A dolgozat utolsó részében a **Las Vegas** és **BPP** osztályokkal foglalkoztunk és bemutatjuk a közöttük levő ismert tartalmazási relációkat. Az osztályok közötti pontos viszonyok meghatározása (pl.: **P=NP?**, vagy **BPP** nagyobb-e **P**-nél) a számításelmélet nagy nyitott kérdései közé tartozik.