

Diplomamunka kivonat

A **Nil** geometria translációs ekvidisztáns felületei,
háromszögei és rácsszerű translációs gömbfedései

Vránics Angéla

Témavezető: Dr. Szirmai Jenő, Matematika Intézet, Geometria Tanszék

W.P. Thurston vizsgálataiból ismert, hogy nyolc maximális, egyszeresen összefüggő homogén geometria létezik. Mi ezen geometriák egyikével, a **Nil** geometriával foglalkoztunk. Munkánk fő célja a translációs rácsszerű gömbfedések vizsgálata a **Nil** téren, melyhez először két ponttól egyenlő távolságra lévő pontok halmazának megállapítása, azaz az ekvidisztáns felületek megadása szükséges. A gömbfedések után a translációs háromszögek tulajdonságait vizsgáljuk.

A dolgozat első részében összefoglaljuk a feladat megoldásához szükséges irodalmi hátteret. Az első fejezetben bemutatjuk a vizsgált tér projektív modelljét két és három dimenzióban. A második fejezetben összefoglaljuk a **Nil** tér legfontosabb alakzatait, tételeit és bemutatjuk a már ismert optimális rácsszerű gömbkitöltést.

Ezt követően, miután bemutatjuk a gömbfedés problémáját, saját eredményeket ismertetünk. Levezetjük az inverz problémát, mellyel adott kezdő és végpontú translációs görbék meghatározhatók. Ezzel lehetőségünk nyílt többek közt az adott translációs görbe hosszának megállapítására. Az eredményt lemmákban foglaltuk össze. A távolságszámítás segítségével egy tételt írtunk fel két pont ekvidisztáns felületének egyenletéről, majd vizsgáltuk több ekvidisztáns felület metszetét. Kidolgoztunk egy eljárást, amellyel adott translációs tetraéder körülírható gömbjének középpontját és sugarát tudjuk meghatározni. Ezeket felhasználva lehetőségünk nyílik a translációs gömbfedések vizsgálatára. A második fejezetben bemutatott optimális rácsszerű gömbkitöltésből kiindulva gömbfedéseket készítettünk az alap paralelepipedont tetraéderekre bontva, és a tetraéderekhez tartozó körülírható gömbökre nézve. Így egy felső becslést kaptunk a fedések sűrűségére, majd példákat mutattunk olyan fedésekre, ahol a sűrűség ennél kisebb lett.

Végül bevezetjük a translációs háromszögek definícióját, és vizsgáljuk azok tulajdonságait. Bebizonyítjuk, hogy egy translációs háromszög szögeinek összege lehet nagyobb, mint π . Ellenpéldákkal bizonyítjuk, hogy a **Nil** térben nem mindig teljesül a háromszög-egyenlőtlenség, illetve hogy egyenlő oldalú háromszögek esetében nem feltétlenül egyenlő nagyságúak a szögek is.

Budapest, 2017. május 19.