

KIVONAT

Bálint Lilla

Geometriai metszésgráfok kromatikus száma

Konzulens: Tóth Géza

A dolgozatban a geometriai objektumok metszés-, illetve diszjunktsági gráfjait vizsgáltam. Főként arra voltam kíváncsi, hogy a klikkszám függvényében mit lehet mondani a metszet és a diszjunktsági gráf kromatikus számáról.

Először a metszetgráfok kromatikus számát próbáltam meghatározni. Részbenrendezések segítségével láttam be tengely-párhuzamos téglalapok metszetgráfjára, hogy χ -korlátos, pontosabban

$$\chi(G) \leq 8(\omega(G))^2.$$

Intervallum reprezentációval húrok metszetgráfjaira is sikerült belátni, hogy a χ -korlátos tulajdonságú gráfok családjába tartoznak:

$$\chi(G) \leq 50 \cdot 2^\omega - 32\omega - 64.$$

A szakaszok vizsgálatánál tudtam mutatni egy olyan konstrukciót, ahol a kromatikus szám tetszőlegesen nagy lehet.

A metszetgráfok vizsgálata után áttértem a diszjunktsági gráfok kromatikus számának vizsgálatára. Szintén részbenrendezések segítségével megállapítottam, hogy a szakaszok diszjunktsági gráfja χ -korlátos, pontosabban

$$\chi(G) \leq (\omega(G))^4.$$

Ezt követően d -dimenziós tengely-párhuzamos téglák diszjunktsági gráfjait vizsgáltam. A bizonyításban főként az objektumok pontokkal való lefogására használt módszerek voltak segítségemre. Sikerült belátni, hogy a d -dimenziós tengely-párhuzamos téglák diszjunktsági gráfjai szintén a χ -korlátos gráfok családjába tartoznak,

$$\chi(G) \leq (1 + o(1))(\omega(\log \omega))^{d-1}.$$

A húrok diszjunktsági gráfjáról részbenrendezések segítségével könnyen belátható volt, hogy χ -korlátosak,

$$\chi \leq \omega^2.$$

Ezek után áttértem a görbék vizsgálatára. A szakaszok metszésgráfjának vizsgálatához hasonlóan, itt is egy olyan konstrukciót mutattam be, melyben bizonyos görbék diszjunktsági gráfjának kromatikus száma tetszőlegesen nagy lehet. A dolgozat végén megemlítettem a d -intervallumok diszjunktsági gráfját. A kromatikus számot először elemi megközelítésben próbáltam megbecsülni, majd használtam a magasabb terek topológiáját és a dualitástételt.