Szakdolgozat kivonat

A k legrövidebb út keresése

Pintér Tamás

Témavezető: Friedl Katalin

A legrövidebb út megkeresésének problémája a 20. században került előtérbe a matematikában, melynek megoldására mára már több hasznos algoritmus is létezik: a Dijkstra-algoritmus, a Bellman–Ford-algoritmus, a BFS algoritmus, stb. Az algoritmusok egy adott $G(V, E)$ gráfban egy adott $s \in V$ csúcsból kiindulva határozzák meg a legrövidebb utat egy $t \in V \setminus \{s\}$ csúcsba.

A legrövidebb utak meghatározásának számos alkalmazása van. Előkerül robotmozgás kivitelezésénél; autópályák, távvezetékek nyomvonalának megtervezésekor; kritikus út módszernél; hálózati folyam feladatoknál; szállítási és elhelyezési problémák optimalizálásánál.

Azonban gyakran előfordul, hogy a legrövidebb út nem járható: sérül valamelyik él vagy épp adottak olyan további feltételek, amelyek kizárják a legrövidebb utat, mint lehetséges választást. Ilyenkor fontos, hogy legyen egy jó módszerünk, algoritmusunk arra, hogy ne csak az elsőt, hanem a másodikat, esetleg a k-adik legrövidebb utat is elfogadható időn belül megtaláljuk.

A problémának több változata is létezik. Kereshetünk legrövidebb utat irányított vagy irányítatlan gráfban, valamint a gráf lehet súlyozott vagy súlyozatlan, továbbá az is kérdés, hogy megengedünk-e egyszerű utakat vagy sem. A k legrövidebb út megtalálásának problémája, ha feltesszük, hogy egyszerű utat akarunk meg találni, szorosan összefügg az úgynevezett úthelyettesítési problémával.

A szakdolgozatom során áttekintem röviden miben is különbözik a k legrövidebb utak problémája egyszerű és nem egyszerű utakra. A szakdolgozat további részében az egyszerű utakra fogok fókuszálni. Ismertetem a Yen-algoritmust, aminek futási ideje $O(kn(m + n \log n))$. Ennek két javítását mutatom be a szakdolgozatban. Súlyozatlan esetben a Roddity és Zwick által az úthelyettesítési feladatra leírt véletlent használó algoritmus segítségével javítható a futási idő $\tilde{O}(km\sqrt{n})$-ra. A súlyozott esetben Gotthilf és Lewenstein módszere javítja $O(k(mn + n^2 \log \log n))$-ra, ami Pettie hatékony APSP algoritmusát használja fel.