

# Szakdolgozat kivonat

## Budan és Fourier tétele a valós polinomok gyökeiről

Szirmai Csilla

Témavezető: Hujter Mihály, BME Matematika Intézet, Differenciálegyenletek Tanszék

Szakdolgozatomban az algebra egyik fontos fejezetébe, a polinomok elméletébe nyújtok betekintést. Ezen belül a matematika minden területéhez kapcsolódó kérdéskört, a valós együtthatós polinomok valós gyökeivel kapcsolatos eredményeket tekintem át.

A mai napig intenzíven vizsgált kutatási terület első eredményét a 17. század hozta meg, ez R. Descartes nevéhez fűződik. Tételében felső korlátot adott a polinomok pozitív gyökei számára a polinom előjelváltásainak száma alapján. Descartes szabályának általánosítását dolgozta ki a 19. század elején F. D. Budan és J. B. J. Fourier. Tételeik formailag különböznek, ám ekvivalensek. Egy tetszőleges intervallumon belül adtak becslést a polinom gyökeinek számára, szintén előjelváltások száma alapján.

Dolgozatomban ezen jelentős eredményeket vizsgálom részletesen. Először egy rövid történeti áttekintést nyújtok és bevezetem a téma megértéséhez szükséges alapfogalmakat, majd kimondom és bizonyítom a fenti tételeket. Vizsgálom alkalmazási területeiket, konkrét példákon keresztül mutatom meg, hogyan használhatjuk őket. A témakörhöz kapcsolódó két fontos eredményre térek még ki, melyek a 19. században keletkeztek Budan és Fourier munkái alapján. J. C. F. Sturm tétele egy tetszőleges intervallumon belül megadja a polinom gyökeinek pontos számát. Ezt az eredményt bizonyítással együtt közlöm, illetve egy példán keresztül be is mutatom. A. J. H. Vincent tételét bizonyítás nélkül mondom ki, a téma algoritmikus vizsgálatának szempontjából van nagy jelentősége. A valós együtthatós polinomok valós gyökeivel kapcsolatos eredmények összefoglalása mellett szakdolgozatom célja egymáshoz való viszonyuk áttekintése is. A dolgozat végén kitérek rá, milyen lehetőségek kínálkoznak még a téma további feldolgozásával kapcsolatban.

A számítógépes technológia fejlődése előtt az általam bemutatott módszerek gyakran előfordultak a különböző matematikai problémák megoldása során, amikor magasabb fokú egyenletek kerültek elő. Ma már a különböző programcsomagok használatával könnyen megoldhatóak az egyenletek, könnyen megtalálhatóak a polinomok gyökei, azonban érdemes belegondolni, hogy a használt algoritmusok milyen eredményeken alapulnak. A dolgozatomban taglalt tételek mind fontos alapkövei a mai gyökkereső módszereknek.

Budapest, 2018. május 14.