

Diplomamunka-kivonat

Csonkolt oktaéder alaptartományú euklideszi tércsoportok

Szuda Zsanett

Témavezető: Dr. Prok István

Ismeretes, hogy a három dimenziós euklideszi térben 230 nem izomorf kristálytani csoport létezik, melyek közül 65 az irányítástartó és 13 a fixpontmentes, illetve 9 olyan van, mely mindkét tulajdonsággal rendelkezik.

A csonkolt oktaéder egy, az oktaéderből származtatható arkhimédészi test, mellyel megvalósítható a tér kövezése; azaz kitölthető a tér a test egybevágó példányaival úgy, hogy azok hézagmentesen és átfedések nélkül illeszkednek egymáshoz.

Számítógépes vizsgálatokkal megmutatható, hogy a csonkolt oktaéder 104 lényegesen különböző módon lehet valamely kristálytani csoport alaptartománya, megvalósítva ezt a kövezést. Az esetek láthatóan nagy száma miatt korábbi (2015-ben készült) szakdolgozatomban csupán azokat a lehetőségeket vizsgáltam, amelyek fixpontmentes és orientációtartó tércsoportokhoz vezetnek. Diplomamunkámban a téma lezárását tűztük ki célul, megkeresve az összes szóba jövő tércsoportot.

A különböző esetek felsorolása egy poliédéralgoritmus alkalmazásával készült, amelyet korábban Molnár Emil professzor úr és témavezetőm dolgoztak ki. A 104 lehetséges eset a csonkolt oktaéder lappárjait egymáshoz rendelő, a csoportot generáló transzformációk felsorolásával állt rendelkezésre az algoritmust implementáló program alapján. Dolgozatom fő eredménye ezen csoportok beazonosítása a kristálytani táblázatban felsorolt megfelelő csoportokkal. Minden esetben meghatároztam azt is, hogy az alaptartományként fellépő csonkolt oktaédert hogyan kell beilleszteni a megfelelő csoport transzformációinak struktúrájába, hogy a kövezés megvalósuljon.

Eredményeinket a következő tételben foglalhatjuk össze:

Tétel. *A csonkolt oktaédernek 104 olyan lényegesen különböző lapazonosítása van, amelyek összesen 48 (ill. izomorf, ellentétes értelmű csavarmozgásokból álló párokat is megengedve 53) euklideszi tércsoportot generálnak. Közülük 19 vezet összesen 9 (ill. 11) fixpontmentes kristálycsoporthoz.*