Diplomamunka-kivonat

3-REGULÁRIS GRÁFOK MINIMÁLIS LEVÉLSZÁMÚ FESZÍTŐFÁI

Dücső Márton
témavezető: Dr. Wiener Gábor

Egy összefüggő gráf minimális levélszámú feszítőfájának megtalálása a Hamilton-út probléma egyik legtermészetesebben adódó általánosítása (a minimális levélszám akkor és csak akkor 2, ha a gráfnak van Hamilton-útja), így persze ez a probléma is NP-nehéz. Lu és Ravi azt is megmutatták, hogy a feladatra nem létezik konstans faktorú approximáció sem. A 3-reguláris gráfok Hamilton-köreivel és Hamilton-útjaival kapcsolatos vizsgálatok mindig is az érdeklődés középpontjában álltak, különösen síkgráfok esetén, hiszen Tait sejtéséből (minden 3-reguláris 3-összefüggő síkgráfnak van Hamilton-köre) azonnal következett volna a híres négyszín-sejtés. A 3-reguláris gráfok minimális levélszámú feszítőfáival kapcsolatban Goedgebeur és szerzőtársai bebizonyították Zoeram és Yaqubi sejtését, mely szerint minden összefüggő n csúcsú 3-reguláris gráfnak van legfeljebb $\frac{n}{6} + \frac{1}{3}$ levelű feszítőfája, és megmutatták, hogy ha a gráf ezen felül még 2-összefüggő is, akkor ez $\frac{13n}{85}$-re javítható. Megfogalmazták továbbá azt a sejtést, hogy minden 2-összefüggő n csúcsú 3-reguláris gráfnak van legfeljebb $\lceil \frac{n}{10} \rceil$ levelű feszítőfája, vagyis a $\frac{13}{85}$ érték akár $\frac{1}{10}$-re is javítható (ennél tovább viszont már nem, mint ahogy az $\frac{n}{6} + \frac{1}{3}$-os becslés is éles). Boyd és szerzőtársai megmutatták, hogy minden 2-összefüggő n csúcsú 3-reguláris multigráfnak van legfeljebb $\frac{n}{6} + \frac{2}{3}$ levelű feszítőfája. A diplomamunkában egy korábban nem használt megközelítés segítségével jelentősen megjavítjuk Goedgebeur és szerzőtársai eredményét: megmutatjuk, hogy 2-összefüggő 3-reguláris gráfok esetén a $\frac{13}{85}$-ös érték $\frac{1}{8}$-ra javítható és egyben új bizonyítást adunk az összefüggő 3-reguláris egyszerű gráfokra, illetve a 2-összefüggő 3-reguláris multigráfokra vonatkozó eredményekre.