

Absztrakt

Struktúratételek speciális félcsoporthosztályokban

Kusicza Richárd

Témavezető: Dr. Nagy Attila

A félcsoporth a csoport és a gyűrű fogalmának általánosítása. A csoportok speciális félcsoporthok, ahol van egységelem és minden elemnek van inverze. A gyűrűk pedig a multiplikatív struktúrájukat tekintve félcsoporthok. A félcsoporthelmélet kialakulásának kezdetén ez jelentősen befolyásolta a félcsoporthelméleti vizsgálatokat. Idővel a félcsoporthelmélet is kiérlelte saját fogalmait és módszerét. Ezek között nagy jelentőségű a félcsoporthok félhálófelbontása.

Mint ismeretes egy S félcsoporth α kongruenciáját félháló-kongruenciának nevezzük, ha az S/α faktorfélcsoporth félháló, azaz olyan kommutatív félcsoporth, melynek minden eleme idempotens. Ekkor az S félcsoporthban S_i , $(i \in I)$ α -osztályú részfélcsoporth. Ebben az esetben azt is szoktuk mondani, hogy S előáll az S_i , $i \in I$ részfélcsoporthok félhálójaként. Minden S félcsoporthnak van félháló-kongruenciája, például az univerzális reláció; ha nincs más, akkor azt mondjuk, hogy S félháló-felbonthatatlan. Bizonyított tény, hogy minden félcsoporth előáll félháló-felbonthatatlan félcsoporthok félhálójaként.

A diplomamunkámban vizsgált félcsoporthok mindegyike előáll speciális félháló - felbonthatatlan félcsoporthok, azaz arkhimédeszi félcsoporthok félhálójaként. Az egyes fejezetekben mindig az adott félcsoporthtípusokhoz tartozó megfelelő arkhimédeszi félcsoporthokat vizsgáltuk; valamint az idempotens elemeket tartalmazó és az idempotens elem nélküli félcsoporthokra vonatkozó tételek is ismertetésre kerültek. A kommutatív, gyengén kommutatív, valamint a mediális félcsoporthok esetén további vizsgálódási szempont volt a szeparativitási tulajdonság tanulmányozása, ami során meghatároztuk a legszűkebb gyengén szeparatív kongruenciákat, illetve a beágyazhatósági kérdések taglalása is helyet kapott. Mindezek mellett az ideál, illetve retrakt bővíthetőségi lehetőségek vizsgálata is szerepel a diplomamunkában.