

Transzport-rendszerek vége-selemes diszkretizációjának iterációs megoldása – Kivonat

Szabó Martin

Témavezető: Dr. Karátson János

A dolgozat alapproblémája egy parabolikus szállítási feladatrendszer, amely általánosan a következő alakban írható fel:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} - \operatorname{div}(\varepsilon_i \nabla u_i) + \mathbf{b}_i \cdot \nabla u_i + R_i(t, \mathbf{x}, u_1, \dots, u_l) = g_i, \quad i = 1, \dots, l$$

megfelelő kezdeti és peremfeltételekkel. A rendszer reakciós részében lép fel a nemlineáris csatolás. Ez az egyenletrendszer jól írja le a levegőben terjedő szennyezőanyagok terjedését.

Ebben a dolgozatban idő szerint diszkretizálunk először implicit módon. Az eljárás miatt a nemlineáris tulajdonság nemlineáris elliptikus rendszerek megjelenéséhez vezet, amiket majd külső-belső iterációval oldunk meg IMEX jellegű ún. SDFEM módszerrel.

A külső iteráció a csillapított Newton-módszer, míg a belső a prekondicionált konjugált gradiens-módszer. Célunk, hogy a belső iteráció ne függjön se a Laplace-operátorhoz tartozó együtthatótól (ε -tól), sem pedig a h térbeli lépésköztől, amivel majd 0-hoz szeretnénk tartani a nagyobb pontosság érdekében.

Ezt úgy érjük el, hogy az egyenlet gyenge alakjában a próbafüggvényeket módosítjuk, majd egy új ún. SD-skalárszorzatot vezetünk be. Ezután az Áramvonal-menti Poincaré–Friedrichs-egyenlőtlenség segítségével be tudjuk bizonyítani, hogy bizonyos feltételek esetén a vége-selem-módszerhez hasonlóan kapott lineáris algebrai egyenletrendszerek operátorai a generált normában koercívek és korlátosak. Tehát a módszer valóban konvergálni fog függetlenül ε -tól, a térbeli lépésköztől és az időbeli lépésköztől. A dolgozat az elméleti összefoglalását adja a fent leírt összetett módszernek.