

Hausdorff-, doboz- és átmeneti fraktáldimenziók tulajdonságai, gyakorlati alkalmazásai - összefoglaló

Brányi Balázs

A dolgozat a törtdimenziókkal és gyakorlati alkalmazásaikkal foglalkozik, ezek ipari felhasználása során adódó problémák leküzdését tűzve ki célul. Először bevezettük az alapvető mértékelméleti fogalmakat, ezután definiáltuk a Hausdorff- és doboz-dimenziót, majd megvizsgáltuk tulajdonságaikat. Már az elméleti részből is kitűnt, hogy ugyan mindkettőnek vannak előnyös tulajdonságai, ugyanakkor hátrányosak is, és tovább nehezíti az ipari felhasználást, hogy a különböző fraktáldimenziók nem azonos eredményt adnak tipikus halmazok esetén, sőt a doboz-dimenzió különböző számolási módszerekkel is eltérő dimenziószámokat adhat. A cikkek szerzői ez utóbbit például átskálázással/normálással orvosolták, viszont ezzel más problémák adódtak, hiszen ekkor elvesztek információk, például a mérés időtartama, így ahhoz, hogy különböző mérésekből származó adathalmazok fraktáldimenziója összehasonlítható legyen, minden mérésnek azonos hosszúságúnak kellett lennie, mivel csak az adatok aránya számít, nem pedig a pontos értékek.

A két eredeti fraktáldimenzióval is vannak problémák. A doboz-dimenzió könnyen számolható ugyan, de esszenciálisan különböző halmazokhoz ugyan azt a mértéket rendeli, hiszen egy halmaz és lezártjának doboz-dimenziója megegyezik, míg ezeknek akár a számossága is különböző lehet. Ez nyilvánvalóan nem ideális. A Hausdorff-dimenzió analitikai tulajdonságai kedvezőek, viszont általános halmazok esetén nagyon nehéz, vagy éppenséggel lehetetlen kiszámolni. Ezen problémák megoldására javasoljuk a Fernandez-Martinez és Sanchez-Granero közös cikkeiben definiált átmeneti fraktáldimenziókat, melyek tulajdonságai (ld. 5.fejezet) alkalmassá teszik őket a az említett problémák kiküszöbölésére. A dolgozat során találtunk olyan, átmeneti dimenziót, amely ötvözi a doboz-dimenzió egyszerű számolhatóságát a Hausdorff-dimenzió megszámlálható stabilitásával. Ez a gyakorlati alkalmazásokban nagyon hasznos eredmény, mivel ezen új fraktáldimenzió kiszámítása könnyen algoritmizálható akár tipikus halmazok esetén is, viszont megőrzi a Hausdorff-dimenzió kedvező tulajdonságait, szétválasztja a halmazokat és lezártjaikat. A jövőbeni ipari alkalmazásokban érdemes lenne ezt az új fraktáldimenziót használni az eddigiek helyett, mert megoldja az azokkal kapcsolatban adódott problémákat, és nem eredményez nehézségeket a számításban sem.