

BME Matematika Intézet

Szakdolgozat kivonat – Rees-féle mátrixfélcsoportok

Becsi Barnabás

Témavezető: Dr. Nagy Attila habilitált egyetemi docens

A szakdolgozatom az algebra egy speciális területével, a félcsoportelmélettel foglalkozik, azon belül nullelemmel kiegészített csoport feletti Rees-féle mátrixfélcsoportokkal, melyek egyik típusa igen fontos szerepet játszik a teljesen 0-egyszerű, speciálisan a teljesen egyszerű félcsoportok leírásában. A bevezetést és a dolgozatban felhasznált alapfogalmakat és alapvető eredményeket ismertető fejezetet követően, a harmadik fejezetben a teljesen egyszerű és teljesen 0-egyszerű félcsoportokkal kapcsolatos alapvető eredményeket tárgyaljuk. A negyedik fejezetben ismertetjük a nullelemmel kiegészített csoport feletti Rees-féle mátrixfélcsoport fogalmát és ennek reguláris változatával kapcsolatos alapvető eredményeket. A szakdolgozat szíve, a Rees-tétel is a negyedik fejezetben szerepel, amely szerint egy félcsoport akkor és csak akkor teljesen 0-egyszerű, ha izomorf egy nullelemmel kiegészített csoport feletti reguláris Rees-féle mátrixfélcsoporttal. Ennek a tételnek teljesen egyszerű félcsoportokra vonatkozó alakját a hatodik fejezetben ismertetjük, amely szerint egy félcsoport akkor és csak akkor teljesen egyszerű, ha izomorf egy olyan Rees-féle mátrixfélcsoporttal, amely nem tartalmazza a nullmátrixot és a szendvicsmátrix egyetlen eleme sem nulla. A szakdolgozatban említést teszünk a Rees-féle mátrixfélcsoportok homomorfizmusairól, illetve kongruenciáiról; az ezzel kapcsolatos eredményeket az ötödik, illetve hetedik fejezet tartalmazza. A dolgozat egyes alfejezeteiben a tárgyalt fogalmakat, illetve eredményeket szemléltető példákat is megadunk.

My thesis examines a specific area of algebra called Semigroup Theory. This theory includes Rees Matrix Semigroups over a zero-supplemented group, one type of which plays a crucial role in the description of completely 0-simple semigroups, particularly completely simple semi groups. The introduction is followed by the second chapter that describes the basic concepts and basic results used throughout the dissertation. The third chapter discusses the basic results related to completely simple and completely 0-simple semigroups. The fourth chapter focuses on the concept of the Rees Matrix semigroup over the zero-supplemented group and the basic results related to its regular version. This chapter also includes the Rees Theorem, the heart of the dissertation. According to this theorem a semigroup is completely 0-simple if and only if it is isomorphic to a regular Rees matrix semigroup over a zero-supplemented group. In the sixth chapter, this theorem is described when applied to completely simple semigroups. According to this concept, a semigroup is completely simple if and only if it is isomorphic to a Rees matrix semigroup that does not contain a null matrix and no element of the sandwich matrix is zero. The dissertation also mentions the homomorphisms as well as the congruences of Rees Matrix semigroups; the related results are presented in chapters five and seven. Subchapters of the dissertation provide examples that illustrate the concepts and results discussed in each chapter.