

EREDMÉNYEK LOKÁLIS AUTOMORFIZMUSOKRÓL

GYENTI BÁLINT

Témavezető: Dr. Molnár Lajos Gábor

Egy 1997-es cikkében Šemrl a következőképpen definiálta a 2-lokális leképezések fogalmát. Legyen \mathcal{A} és \mathcal{B} tetszőleges struktúra, \mathcal{E} pedig \mathcal{A} -ból \mathcal{B} -be képező függvények egy halmaza. Azt mondjuk, hogy egy $\phi : \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$ függvény 2-lokálisan \mathcal{E} -beli, ha minden $x, y \in \mathcal{A}$ -ra van olyan $\phi_{x,y} \in \mathcal{E}$, hogy $\phi(x) = \phi_{x,y}(x)$ és $\phi(y) = \phi_{x,y}(y)$. A vizsgált struktúrák általában operátoralgebrák, függvényalgebrák, Lie-algebrák stb., \mathcal{E} pedig legtöbbször a derivációk, automorfizmusok vagy izometriák halmaza. A vizsgálat célja annak eldöntése, hogy a tekintett esetben minden 2-lokálisan \mathcal{E} -beli függvény szükségképpen eleme-e \mathcal{E} -nek. Šemrl mára klasszikusnak számító tételei szerint szeparábilis Hilbert-tér feletti teljes operátoralgebra minden 2-lokális automorfizmusa egy automorfizmus, illetve minden 2-lokális derivációja egy deriváció.

Egy 2019-es cikkében Molnár megmutatta, hogy ha H szeparábilis Hilbert-tér és $\phi : B(H) \rightarrow B(H)$ tetszőleges függvény amire teljesül, hogy minden $A, B \in B(H)$ -ra van olyan $\phi_{A,B}$ *-automorfizmusa $B(H)$ -nak, hogy $\phi(A)\phi(B) = \phi_{A,B}(AB)$, akkor ϕ vagy $-\phi$ egy *-automorfizmus. Tehát a 2-lokális *-automorfizmusokat definiáló egyenletpárokat rendre összeszorozva a kapott jóval gyengébb feltételből a kívánt eredmény (lényegében) következik. Felmerülhet a kérdés, hogy további, már ismert 2-lokális automorfizmusokról szóló tételek megjavíthatók-e Molnár ezen tételének mintájára.

A dolgozat első fejezetében röviden áttekintjük a vizsgált problémakör történetét és bemutatunk néhány érdekesebb eredményt. A második fejezetben a témavezetőnkkel közös cikkben megjelent eredményeinket tárgyaljuk. A kvantummechanika matematikai leírásában $B(H)$ számos részstruktúrája (projekciók, önadjungált operátorok, sűrűségoperátorok, effektek, és ezeken különböző műveletek) konkrét fizikai jelentést kap. Ezen struktúrák 2-lokális automorfizmusait vizsgálta korábbi cikkeiben többek között Molnár illetve Barczy és Tóth, az ő eredményeiket javítjuk meg a második bekezdésben látott módon. A harmadik fejezetben a problémát klasszikusabb algebrai struktúrákra, a megszámlálható halmazon ható szimmetrikus csoportokra oldjuk meg. Úgy tudjuk, hogy lokális leképezéseket pusztán csoportelméleti kontextusban még nem vizsgáltak.