

Konvex sokszög beírt sokszögeinek extrémális tulajdonságai

Ködmön Csenge Lili

Egy korábbi tanulmányban a témavezetőm és szerzőtársai leírtak egy $O(n^3)$ komplexitású algoritmust egy adott konvex n -szög köré írható maximális területű konvex sokszögek megkeresésére. Megmutatták, hogy az így kapott maximális területű sokszögek kombinatorikus tulajdonságait meghatározza egy olyan U -ból és N -ből álló sorozat, melyben az eredeti sokszög oldalaihoz rendre U -t vagy N -t rendelünk aszerint, hogy az oldal része-e az algoritmus által talált maximális területű köré írt sokszög egy oldalának, vagy sem. Ez alapján a szerzők azt is vizsgálták, hogy melyek azok az n -elemű, U -ból és N -ből álló sorozatok, melyek előállnak, mint egy alkalmas konvex n -szög köré írt valamely maximális területű konvex sokszöghöz rendelt sorozat.

Ez a dolgozat a fenti tanulmány folytatása. A dolgozat elsődleges célja az adott konvex n -szögek beírható minimális területű és minimális kerületű sokszögeinek megtalálására alkalmas algoritmus kidolgozása, illetve az így kapott sokszögek kombinatorikus tulajdonságainak jellemzése. Belátjuk, hogy egy adott konvex n -szög egy minimális területű beírt sokszöge megkapható egy $O(n)$ komplexitású algoritmus segítségével. Az adott konvex sokszög egy csúcsához U -t rendelünk, ha a csúcs a talált minimális területű beírt sokszögnek is csúcsa és N -et egyébként. Így előállítható egy n -hosszú, egy adott minimális területű beírt sokszög csúcsait megadó sorozat. Bebizonyítjuk, hogy egy U -ból és N -ből álló sorozat pontosan akkor írja le egy n -szög egyik minimális területű beírt sokszögét, ha nem tartalmaz két egymást követő N -t és három egymást követő U -t. Ehhez megadunk egy konstrukciót egy tetszőleges, a fenti tulajdonságú kielégítő sorozathoz tartozó sokszög előállítására. Továbbá megadunk egy $O(n^3)$ komplexitású algoritmust egy adott konvex sokszög minimális kerületű beírt sokszögének megkeresésére. Az adott konvex sokszög egy csúcsához U -t rendelünk, ha az algoritmus által megtalált sokszögnek is csúcsa és N -et egyébként. Megmutatjuk, hogy ha a megtalált minimális kerületű beírt sokszög egy csúcsa belső pontja az adott sokszög egyik oldalának, akkor ebben a csúcsban a beírt sokszög az adott sokszög oldalára nézve kielégíti a visszaverődési törvényt. Így előállítható egy n -hosszú, egy adott minimális kerületű beírt sokszög csúcsait megadó sorozat. Belátjuk, hogy egy U -ból és N -ből álló sorozat pontosan akkor írja le egy n -szög egyik minimális kerületű beírt sokszögét, ha nem tartalmaz három egymást követő U -t. Ehhez billiárd pályák segítségével megadunk egy konstrukciót egy tetszőleges sorozathoz tartozó sokszög előállítására.