

Algebrák finitisztikus dimenziója - Kivonat

Szabó Csaba

Témavezető: Lukács Erzsébet

A topológiában az egzakt sorozatok, a homológiafogalom, a kategóriaelmélet bevezetése számos gyümölcsöző eredményt hozott. Ezen eszközök használata az algebrában szintén hasznosnak bizonyult. Első mérföldkőként lehetne említeni Hilbert szizigitételét, mely azt állítja mai modern nyelvezettel, hogy a $k[x_1, \dots, x_n]$ gyűrű (k test feletti n változós polinomgyűrű) globális dimenziója n . Bár Hilbert igazolása „brute force” számolásból állt, a későbbi megközelítések már modernebb eszközöket használtak. Ehhez hasonló eredmények mutatják, hogy (pl.) az egzakt sorozatokkal, illetve azok homológiacsoportjaival való vizsgálódás érdekes tulajdonságokat fedhet fel egyes struktúrákról.

Ebben a dolgozatban hasonló eredmények kerülnek bemutatásra, elsősorban a finitisztikus dimenzióról. A finitisztikus dimenzió történelmével kapcsolatban Huisgen-Zimmermann [1] kiváló munkájára hivatkozunk.

Az első fejezetben a dolgozatban felhasznált moduluselméleti és homologikus algebrai fogalmakat és tételeket tekintjük át. A másodikban bevezetjük, és egyszerű példákkal illusztráljuk a finitisztikus dimenzió fogalmát, továbbá bemutatunk néhány nevezetes eredményt a finitisztikusdimenzió-sejtés irodalmából. Ezek közül a harmadik fejezetben Igusa és Todorov kis Loewy-magasságú algebrákról szóló tételének bizonyítását [3] részletesen tárgyaljuk. A negyedik fejezet a dolgozat új eredményét tartalmazza, amely a [2] cikkhez kapcsolódva az erősen standardul rétegezett algebrák finitisztikus dimenziójára ad (éles) felső korlátot.

- [1] Birge Huisgen-Zimmermann. “The finitistic dimension conjectures – a tale of 3.5 decades”. *Abelian groups and modules*. 1994, 501–517. old.
- [2] I. Ágoston, D. Happel, E. Lukács, L. Unger. “Finitistic Dimension of Standardly Stratified Algebras”. *Comm. Algebra* 28 (2000), 2745–2752. old.
- [3] Kiyoshi Igusa és Gordana Todorov. “On the finitistic global dimension conjecture for Artin algebras”. *Representations of algebras and related topics* 45 (2005), 201–204. old.