

Horváth Sándor

# Elements of optimal transport theory with applications (absztrakt)

**Témavezető: Dr. Pitrik József**

Diplomamunkámban egy ma sokak által kutatott terület az **optimális szállításelmélet** alapjainak bemutatását tűztem ki célül, számos példával illusztrálva.

Az optimális szállítás elméletének első fejezete Gaspard Monge kérdésfelvetésével kezdődött 1781-ben. Napjainkban az elmélet rohamos fejlődésnek indult, hiszen a kutatók felismerték, hogy a saját kutatási területükhöz is szorosan kapcsolódik a probléma. Erre példát a diplomamunkámban is találunk, melyben bemutatom, hogyan kapcsolódik például az izoperimetrikus egyenlőtlenség és a mértékek poláris felbontása az optimális szállításhoz. A terület rohamos fejlődése 1987-ben indult meg, mikor Yann Brenier megjelentette cikkét a témában, ezzel felkeltve sokak érdeklődését újonnan a téma iránt. Napjainkban az optimális szállítás megjelenik a kvantumelméleti kutatásokban is.

Az első fejezetben alapvető definíciókat és tételeket szerepeltetek, melyek kellő eszköztárat biztosítanak a későbbi tárgyaláshoz.

A második fejezetben, a Monge-féle megközelítést tárgyalom és példákon keresztül rámutatok néhány problémára, mely esetekben szembesülünk azzal, hogy nincs megoldása a feladatnak az adott megfogalmazásban.

A harmadik és negyedik fejezetben az optimalizálás Kantorovich-féle megközelítését tárgyalom, mely a Monge-féle megközelítés egy relaxált változata és ismertetem a Kantorovich-dualitás fogalmát is, mely kellő alapot adnak bizonyos költségfüggvények esetén az optimális leképezés biztos létezésének bizonyításához.

Az ötödik fejezetben nagy szerep jut a klasszikus Brenier-féle problémának, mely a kvadratikus költségfüggvény esetében biztosítja a megoldás létezését és néhány feltétel mellett azok unicitását. Sor került még a dolgozatban a valószínűségi interpretáció bemutatására és a radiálisan szimmetrikus mértékek közti szállításról is.

A későbbi fejezetekben néhány elrugaskodottabb feladattal találkozunk. A szemi-diszkrét probléma bemutatására is sor kerül, mely egy a Lebesgue mértékre abszolút folytonos mérték egy diszkrét mértékbe való szállítását fogalmazza meg. Ezen felül többdimenziós általánosításokkal is foglalkozom ezekben a fejezetekben.

A dolgozat végén a függelékben a jobb áttekinthetőség kedvéért Lucidchart segítségével alkotott diagramok is találhatóak összefoglaló jelleggel.