

1. Bevezetés

Tekintsük a következő feltétel nélküli optimalizálási feladatot:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x), \quad (1)$$

ahol $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$. Általában feltesszük, hogy f folytonosan differenciálható. Megengedhető az is, hogy a teljes tér helyett az értelmezési tartományon keressük a minimumot. Ekkor a (1) probléma helyett a

$$\min_{x \in \text{dom}(f)} f(x) \quad (2)$$

problémát vizsgáljuk.

Az elmúlt 60 év során több olyan algoritmust is kifejlesztettek, az ilyen típusú problémák numerikus megoldására. A munkám fő célja egy ilyen algoritmus bemutatása egy speciális alakú feladat megoldására.

Érdeklődésünk a konjugált gradiens módszerek iránt két szempontból is jelentős. Először is nagy lineáris egyenletrendszerek megoldására az egyik leghasznosabb algoritmusok közé tartoznak. Másrészt alkalmazhatóak nem-lineáris optimalizálási problémák megoldására is. Dolgozatomban a lineáris eset fő tulajdonságait szeretném kiemelni, valamint bemutatni és elemezni a kvadratikus függvényekre alkalmazott futási eredményeket.

Az 1950-es években Magnus Rudolph Hestenes és Eduard Stiefel az elsők között foglalkoztak a lineáris konjugált gradiens módszerrel, mint egy iteratív megközelítéssel a pozitív definit mátrixokon alapuló lineáris egyenletrendszerek megoldására.