

# Qualitative Properties of Nonlinear Parabolic Operators Including Convection or Boundary Terms

Kivonat

Lévai Zsófia Csenge

A dolgozat célja konkrét nemlineáris parabolikus operátorok kvalitatív tulajdonságainak vizsgálata. Két operátortípust emelünk ki: az első egy divergenciamentes konvekciós taggal bővített operátor, míg a második egy nemlineáris Neumann peremfeltétellel rendelkező parabolikus operátor. A kvalitatív tulajdonságok vizsgálata szorosan követi az *I. Faragó, R. Horváth, J. Karátson, S. Korotov, Qualitative properties of nonlinear parabolic operators* cikk által meghatározott elméleti keretet. Mindkét esetben megvizsgáljuk a maximum-minimum elveket (WMP, SMP, WmP, SmP), a nemnegativitás- és nempozitivitás-megőrzést (NNP, NPP), valamint a maximum-normára vonatkozó kontrakciós tulajdonságot (MNC). Ezek ismerete fontos szerepet játszik a fizikai modellértelmezésben, és a megbízható numerikus közelítésekben. Bemutatjuk az említett kvalitatív tulajdonságok közötti összefüggéseket, és olyan elégséges feltételeket határozunk meg, amelyek mellett ezek teljesülnek az operátorokra.

Egyik kiemelt eredményünk, hogy igazoltuk: ha a nemlineáris operátor vagy operátorpár egy könnyen ellenőrizhető feltételrendszernek eleget tesz (amely többek között például deriváltbeli monotonitást követel meg), akkor az operátor(pár) automatikusan kielégíti a legfontosabb kvalitatív tulajdonságokat.

Az említett eredményeket konkrét fizikai példákon keresztül is illusztráljuk, kitérve a tételek alkalmazhatóságára.

# **Qualitative Properties of Nonlinear Parabolic Operators Including Convection or Boundary Terms**

Abstract of the thesis

Zsófia Csenge Lévai

The aim of this thesis is to investigate the qualitative properties of certain nonlinear parabolic operators. We focus on two specific types of operators: the first is a parabolic operator extended with a divergence-free convection term, while the second involves a nonlinear Neumann boundary condition. The investigation of the qualitative properties closely follows the theoretical framework established in the paper *Qualitative Properties of Nonlinear Parabolic Operators* by I. Faragó, R. Horváth, J. Karátson, and S. Korotov. In both cases, we examine maximum and minimum principles (WMP, SMP, WmP, SmP), the preservation of nonnegativity and nonpositivity (NNP, NPP), and the maximum norm contractivity property (MNC). Understanding these properties has an important role in the physical interpretation of the models and in ensuring reliable numerical approximations. We present the relations between these qualitative properties and define sufficient conditions under which they are satisfied for the operators.

One of our central results demonstrates that if the nonlinear operator (or operator pair) satisfies a set of easily verifiable conditions (such as monotonicity with respect to the derivative), then the operator (pair) automatically fulfills the most important qualitative properties.

These results are also illustrated through concrete physical examples, emphasizing the applicability of the theorems.