2012/2013 ősz Differenciálgeometria és topológia tételsor

1. Az érintőnyaláb és szelései (definíció, interpretációk, példák); vektormezők előretolása.

2. Vektornyalábok és szeléseik (definíció, példák); új vektornyalábok konstrukciója régiekből (lineáris algebrai műveletek kiterjesztése vektornyalábokra).

3. Vektorterek külső hatványai, az ék-szorzás, a Grassmann-algebra, Hodge-operáció; differenciál-formák (lokális alak, példák); differenciál-formák visszahúzása.

4. Külső deriválás létezése és egyértelműsége.

5. Irányított és peremes sokaságok; integrálás sokaságokon; a Stokes-tétel.

6. Egy differenciálható sokaság de Rham kohomológia-vektorterei (definíció, interpretációk); Poincaré lemmája.

7. A homologikus algebra elemei (egzakt sorozatok, a kígyó-lemma: rövid egzakt sorozat által indukált hosszú egzakt sorozat a kohomológiákon); a de Rham kohomológia-vektorterek Mayer–Vietoris egzakt sorozata (példákkal).

8. Az irányított Riemann-sokaság fogalma; a külső kodifferenciálás, a Dirac–Euler- és a Laplace-operátor definíciója sokaságokon; harmonikus formák definíciója (példák).

9. Különböző normák ($\|\cdot\|_{C^k}$ és $\|\cdot\|_{L^2_s}$) vektornyalábok szelésein; vektornyalábok szeléseinek Szoboljev-terei, duálisaik (disztribúciók sokaságokon); Szoboljev beágyazási tételének speciális esete: az $L^2_s(M;E) \subset C^k(M;E)$ beágyazás folytonos (ha $s > \frac{1}{2}\dim M + k$), következmény: $\bigcap\limits_s L^2_s(M;E) = C^\infty(M;E)$.

10. Kompakt önadjungált operátor definíciója; szeparábilis Hilbert-téren értelmezett kompakt önadjungált operátorok spektráltétele.

11. A Rellich–Kondrashov-tétel egy speciális esete: az $L^2_s(M;E) \subset L^2_t(M;E)$ beágyazás kompakt (ha M kompakt és $s > t$, $s \geq 0$).

12. Elliptikus regularitás a Laplace- és a Dirac–Euler-operátorra, következmények: saját-formák simasága, Vitali–Montel típusú tételek.

13. Hodge dekompozíciós tétele és következményei: a de Rham kohomológia-vektorterek véges dimenzióssága, Poincaré-dualitás, Künneth-formula.

Etesi Gábor