

## Fourier analízis és függvénysorok emlékeztető (2021.)

### Fourier transzformáció.

Motiváció. Transzformáció a Schwartz-féle függvényosztályon, tulajdonságok. Inverziós formula, kiterjesztés  $L^2$ -re. Hermite-függvények. Hausdorff-Young tétel; Riesz-Thorin (Hadamard 3 egyenes). Egyéb integráltranszformációk: Fourier integráloperátor szinusz/koszinus, Laplace, Mellin. Fourier transzformáció alkalmazásai: Riesz-Kolmogorov, Pego. Poisson-formula. Alkalmazásai: Határozatlansági elv 1, 2. Shannon tétel, Fredholm integrál egyenlet, Poisson formula félsíkra. Inverziós integrál. Disztribúciók és Fourier transzformáltjuk. Tulajdonságok, alkalmazás közöséges differenciálegyenletre. Ablak-Fourier transzformáció.

### Waveletek.

Folytonos wavelet transzformáció: anyawavelet tulajdonságai, megengedett wavelet. Wavelet transzformáció definíciója, Fourier-wavelet transzformáció, Parseval formula, inverziós formula. Példák. Luzin wavelet és inverziós formula.

Multirezolúciós analízis: Konstrukció, példa. Skálázó függvény jellemzése, ONB, skálázási egyenlet, analizáló wavelet, szintek viselkedése a  $\pm$ - végtelenben (magfüggvény). Riesz bázis: definíció, karakterizálás, példa.

**PM.** Shannon tétel alkalmazása: kromatikus deriválás/sorfejtés.

### Walsh sorok.

Rademacher, Haar és Walsh rendszer.

Diadikus csoport, intervallum, metrika, mérték. Karakter csoport. Ortogonalitási reláció, rendezés, Fine leképezés. Diadikus metrika  $[0,1)$ -en.  $C_w$ -,  $W$ -folytonos függvények, összehasonlítás a "szokásos" topológiával (példák). Diadikus eltolás és Lebesgue-mérték. Kanonikus izometria.

Walsh-Fourier sorok. Riemann-Lebesgue-lemma. Paley lemma. Dirichlet-mag tulajdonságai.

Konvolúció tulajdonságai és következményei. Lokalizációs elv. A részletösszegek konvergenciájára vonatkozó Dini-, és Dirichlet- feltétel. A Fejér-mag definíciója és tulajdonságai, a Fejér-közép konvergenciája.

Walsh-Fourier transzformáció. Felépítés, tulajdonságok. Erős derivált és kapcsolata a Fourier transzformációval.

**Ortogonalis polinomok.** Ortogonalitásból következő tulajdonságok: Bessel,  $L^2$  Csebisev, Christoffel, egyszeres gyökök, legnagyobb gyök (kvadratura). Rekurziós formula, Christoffel-Darboux. Differenciál operator sajátfüggvényei, Bochner tétel, klasszikus ortogonalis polinomok. Heine tétel.

**PM.** Pontfolyamatok, determinánsos pontfolyamat. Christoffel magból permutáció-invariáns sűrűségfüggvény. Véletlen mátrixok, átlag karakterisztikus polinom, rekurziós formula, mint szorzásoperátor.

**Korovkin típusú tételek.**  $[a,b]$ -n (Korovkin), kompakt Hausdorff téren (Lorentz), lokálisan kompakt Hausdorff téren (Altomare-Campiti).

**Klasszikus approximáció.** Legjobb közelítés, simasági modulus. Jackson, Stechkin, Bernstein, Szegő, Lorentz, Bernstein (2.) tételei.  $K$ -funkcionál, és simasági modulus. Loziskii-Harshiladze tétel. Egyenletesen legjobban közelítő polinom. Kolmogorov tétel. Haar rendszer. Csebisev tétel (Charathéodory, Rivlin-Shapiro).

**Szimmetrikus diffúziós félcsoport.** Definíció, példák, maximálfüggvény. Maximál tétel.