

# Kombinatorikus optimalizálás (BMEVISZM029)

## Záróvizsga tételek

### Lineáris és egészértékű programozás

1. Az optimális hozzárendelés problémája, Egerváry algoritmus.
2. A lineáris programozás alapfeladata, annak mátrixos alakja. Kétváltozós lineáris programozási feladatok grafikus megoldása. Farkas-lemma a lineáris egyenlőtlenségrendszerek megoldhatóságára („első alak”), csak a szükségesség (a „könnyű irány”) bizonyításával.
3. Farkas-lemma a lineáris egyenletrendszerek nemnegatív számokkal való megoldhatóságára („második alak”). A lineáris program célfüggvénye felülről korlátosságának feltételei.
4. A lineáris programozás dualitástétele (két alakban). A lineáris programozás alapfeladatának bonyolultsága (biz. nélkül).
5. Egészértékű programozás: a feladat bonyolultsága, korlátozás és szétválasztás (Branch and Bound). Totálisan unimoduláris mátrix fogalma, példák ismert totálisan unimoduláris mátrixosztályokra. Egészértékű programozás totálisan unimoduláris együtthetőségi mátrixszal (biz. nélkül).
6. A lineáris és egészértékű programozás alkalmazása páros gráfokra, Egerváry tétele.
7. A lineáris és egészértékű programozás alkalmazása hálózati folyamproblémákra: a maximális folyam, a minimális költségű folyam és a többtermékes folyam feladatai, ezek hatékony megoldhatósága a tört-, illetve egészértékű esetben.

### Közelítő és ütemezési algoritmusok, megbízható hálózatok

8. Polinomiális időben megoldható feladat fogalma, példák. Az NP, co-NP, NP-nehéz és NP-teljes problémaosztályok definíciója, viszonyaik, példák problémákra valamennyi osztályból. NP-nehéz feladatok polinomiális speciális esetei: algoritmus a maximális független pontthalmaz problémára és az élszínezési problémára páros gráfokon. Additív hibával közelítő algoritmusok speciális pont-, illetve élszínezési problémákra.
9. A Hamilton-kör probléma visszavezetése a leghosszabb kör probléma additív közelítésére.  $k$ -approximációs algoritmus fogalma, példák: két-két algoritmus a minimális lefogó pontthalmaz keresésére és a maximális élszámú páros részgráf keresésére.
10. A minimális lefogó pontthalmaz probléma visszavezetése a halmazfedési feladatra, a halmazfedési feladat közelítése, éles példa. Közelítő algoritmus a Steiner-fa problémára, éles példa.
11. A Hamilton-kör probléma visszavezetése az általános utazóügynök probléma  $k$ -approximációs megoldására. Közelítő algoritmusok a metrikus utazóügynök problémára, Christofides algoritmus.
12. Polinomiális és teljesen polinomiális approximációs séma fogalma. A részösszeg probléma, bonyolultsága. Teljesen polinomiális approximációs séma a részösszeg problémára.
13. Ütemezési feladatok típusai. Az  $1|prec|C_{max}$  és az  $1||\sum C_i$  feladat. Approximációs algoritmusok a  $P||C_{max}$  feladatra: listás ütemezés tetszőleges sorrendben, éles példa tetszőleges számú gép esetére; listás ütemezés LPT sorrendben (biz. nélkül), éles példa tetszőleges számú gép esetére. Approximációs algoritmus a  $P|prec|C_{max}$  feladatra (biz. nélkül), példák: az LPT sorrend, illetve a leghosszabb út szerinti ütemezés sem jobb, mint  $(2 - \frac{1}{m})$ -approximáció.
14. Globális és lokális élösszefüggőség és élösszefüggőségi szám fogalma, Menger irányítatlan gráfokra és élösszefüggőségre vonatkozó két tétele (biz. nélkül).  $\lambda(G)$  meghatározása folyamok segítségével négyzetes és lineáris számú folyamkereséssel.  $\lambda(G)$  meghatározása összehúzások segítségével, Mader tétele, Nagamochi és Ibaraki algoritmus (biz. nélkül). Minimális méretű 2-élösszefüggő részgráfok keresése. A probléma NP-nehézsége, Khuller-Vishkin algoritmus (biz. nélkül), éles példa.